

1 – DIVISIBILITÉ ET NOMBRES PREMIERS

A. NOMBRES PREMIERS

Définition : Un nombre entier est un **nombre premier** s'il a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

5 est un nombre premier (5 n'est divisible que par 1 et par 5) mais 9 ne l'est pas (9 est aussi divisible par 3).

Théorème : Les **nombre premiers inférieur ou égaux à 30** sont 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 et 29.

Démonstration : on peut procéder par élimination, en barrant les nombres divisibles par 2 (sauf 2), puis ceux divisibles par 3 (sauf 3), puis ceux divisibles par 5 (sauf 5)...

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30

Théorème : Tous les nombres entiers peuvent se **décomposer en produit de nombres premiers**. Cette **décomposition** est unique.

On parle souvent de « décomposition en facteurs premiers ».

$$15 = 3 \times 5$$

$$50 = 2 \times 25 = 2 \times 5 \times 5 \text{ (ou } 2 \times 5^2\text{)}$$

$$60 = 2 \times 30 = 2 \times 2 \times 15 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \text{ (ou } 2^2 \times 3 \times 5\text{)}$$

La touche « Décomp » de la calculatrice permet d'obtenir la décomposition en facteurs premiers (sur fx-92, saisir le nombre, appuyer sur EXE, puis « SECONDE » et « Décomp »).

B. FRACTIONS IRRÉDUCTIBLES

Définition : une fraction est **irréductible** si le seul diviseur commun à son numérateur et à son dénominateur est 1.

Une fraction irréductible ne peut plus être simplifiée.

La fraction $\frac{5}{9}$ est irréductible (il n'y a que le nombre 1 qui divise à la fois 5 et 9) mais la fraction $\frac{6}{9}$ ne l'est pas (6 et 9 sont divisibles par 3).

Pour rendre une fraction irréductible, on peut décomposer son numérateur et son dénominateur en produit de facteurs premiers.

$$\frac{15}{50} = \frac{3 \times 5}{2 \times 5 \times 5} = \frac{3}{10}$$

La touche « — » de la calculatrice permet d'obtenir la fraction irréductible égale à une fraction donnée (sur fx-92, saisir la fraction puis appuyer sur « EXE »)

1 – Divisibilité et nombres premiers

Exercice 1

Parmi ces nombres, quels sont ceux qui sont premiers : 50, 23, 63 et 31 ?



Exercice 2

Décomposer les nombres suivants en facteurs premiers : 18, 25 et 40.



Exercice 3

Rendre irréductible les fractions suivantes : $\frac{14}{21}$, $\frac{24}{16}$, $\frac{15}{40}$ et $\frac{18}{30}$.



Exercice 4

Les trois divisions euclidiennes ci-dessous sont exactes.



$$\begin{array}{r|l} 368 & 15 \\ 8 & 24 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 368 & 16 \\ 0 & 23 \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 368 & 14 \\ 4 & 26 \end{array}$$

- 1) Les nombres 14, 15 et 16 sont-ils des diviseurs de 368 ?
- 2) Quel est le plus petit multiple de 15 supérieur à 368 ?
- 3) Quel est le plus grand multiple de 14 inférieur à 368 ?

Exercice 5

Compléter le tableau suivant, puis écrire les égalités euclidiennes correspondantes.

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
	16	29	11
	23	432	21
456	41	11	
781	27	28	
935		55	0

Exercice 6

Un centre aéré accueillant 131 enfants organise une journée « Sport Co » avec du basket (5 par équipe), du hand-ball (7 par équipe), du football (11 par équipe) et du rugby (15 par équipe).

- 1) Pour chaque sport, combien peut-on constituer d'équipes ?
- 2) Combien d'enfants seront sans équipe ?

Exercice 7

Écrire la liste des diviseurs des nombres suivants : 16, 20, 36, 90, 59 et 33.

Exercice 8

Entourer tous les nombres premiers inférieurs à 100 dans le tableau suivant.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Exercice 9

Compléter le tableau ci-dessous.

Le nombre ci-dessous est divisible par...		2	3	4	5	9	10
a.	5 912						
b.	34 200						
c.	54 208						
d.	317						
e.	708						
f.		non	oui	non	non	non	non
g.		oui	oui	non	non	oui	non

Exercice 10

Démontrer que la somme de trois entiers positifs consécutifs est un multiple de 3.

Exercice 11

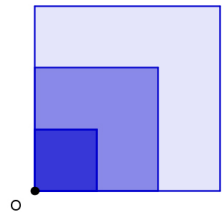
Nori souhaite faire des paquets de billes, en répartissant intégralement ses 90 billes rouges et 150 billes noires. Le contenu de chaque paquet doit être identique.

- 1) Peut-il y avoir 9 paquets ? 30 paquets ?
- 2) Donner la liste des diviseurs de 90 puis de 150.
- 3) Quelles sont les différentes possibilités pour le nombre de paquets ?



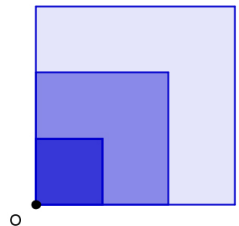
Exercice 1

- 1) Quels sont les nombres premiers compris entre 10 et 20 ?
- 2) Parmi les nombres suivants, quels sont ceux qui sont égaux à 10^7 ?
70 10×10^6 100 000 000 70 000 000 dix millions
- 3) $P = 2 \times 3,14 \times r$. Si $r = 10$, alors $P = ?$
- 4) La figure représente 3 carrés de sommet O, dont les côtés mesurent 1 cm, 2 cm, 3 cm. Donner le coefficient de l'agrandissement permettant de passer du petit carré au grand.



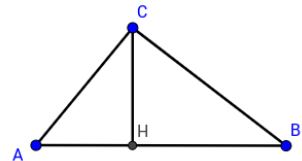
Exercice 2

- 1) 87 est-il un nombre premier ?
- 2) La figure représente 3 carrés de sommet O, dont les côtés mesurent 1 cm, 2 cm, 3 cm. Donner le coefficient de la réduction permettant de passer du carré moyen au petit.
- 3) $\widehat{ABC} = 55^\circ$ et $\widehat{BAC} = 50^\circ$. Quel est la mesure du 3^e angle du triangle ABC ?
- 4) L'égalité $4 + 2 \times x = 7 \times x - 5$ est-elle vraie pour $x = 5$.
- 5) Trouver, si possible, les nombres manquants dans les égalités suivantes :
 $\dots \times 10 = 1$ $0 \times \dots = 7$ $\dots \times 20 = 30$



Exercice 3

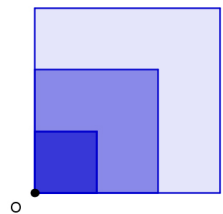
- 1) Quel est le quotient de la division euclidienne de 374 par 7 ?
- 2) Sur la figure, qui n'est pas en vraie grandeur, $AB = 7$ cm, $BC = 5$ cm et $CH = 3$ cm. Calculer l'aire du triangle ABC.
- 3) Un motif élémentaire qui représente une goutte d'eau est reproduit par deux transformations pour obtenir la frise suivante : lesquelles ?



- 4) Dans un sac se trouvent une bille jaune, deux billes bleues et trois billes vertes. On tire au hasard une bille. Quelle est la probabilité de tirer une bille bleue ?

Exercice 4

- 1) Un jean coûtait 45 €, mais Célia l'a eu avec 10 % de réduction. Combien Célia a-t-elle payé le jean ?
- 2) Un triangle ABC est rectangle en A. On a $AB = 6$ cm et $BC = 10$ cm. Et AC ?
- 3) La figure représente 3 carrés de sommet O, dont les côtés mesurent 1 cm, 2 cm, 3 cm. Donner le coefficient de l'agrandissement permettant de passer du carré moyen au grand.
- 4) Exprimer sous la forme d'une puissance de dix chacun des nombres suivants :
1 000 ; 100 000 ; 10 ; 1 ; 0,01



- 5) Le salaire mensuel net moyen en France en 2013 était 2 202 euros, tandis que le salaire mensuel net médian pour la même année s'élevait à 1 772 euros. Avec un salaire net de 1 803 € par mois en 2013, Marie gagnait-elle plus ou moins que la moitié des salariés français ?