4 – FONCTIONS

L'expression « *en fonction de* » exprime une relation de dépendance entre deux grandeurs : on s'intéresse dans ce chapitre à cette relation, qui peut être représentée par un tableau de valeurs, par un graphique ou par une expression littérale.

Définition : Une fonction est une relation qui, à chaque nombre x, lui associe un autre nombre. Le nombre x est appelé la variable de la fonction.
La notation « $f : x \mapsto y$ » signifie que f est la fonction qui, au nombre x, associe le nombre y.

Si f est la fonction qui à chaque nombre x lui associe son double (à 3 on associe 6, à 5 on associe 10...), on écrira :

$$f : x \mapsto 2x$$

Si g est la fonction qui à chaque nombre x lui associe son carré (à 2 on associe 4, à 3 on associe 9...),, on écrira :

$$g : x \mapsto x^2$$

Définition : si une fonction associe à un nombre x le nombre y, on dit que y est l'image du nombre x et que x est un antécédent du nombre y.
La notation « $f(x) = y$ » (on dit « f de x est égal à y ») signifie que l'image de x par f est y

Voici les 3 modes de représentation d'une fonction :

1. Une fonction peut être définie par une expression littérale : dans ce cas, on obtient les images et les antécédents par des calculs.

$$f : x \mapsto 2x + 3$$

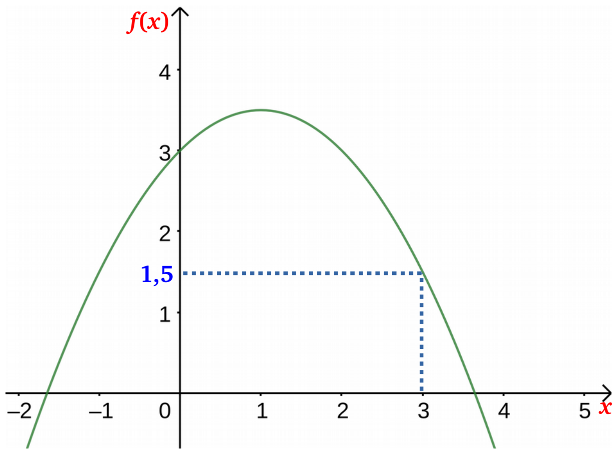
$f(5) = 2 \times 5 + 3 = 13$ (L'image de 5 par f est 13).

2. Une fonction peut aussi être définie par un tableau : dans ce cas, on obtient les images et les antécédents par lecture mais on n'a qu'un nombre limité de valeurs.

x	2	3	5	10
$f(x)$	5	1	10	1

$f(3) = 1$ (L'image de 3 par f est 1).
Les antécédents de 1 par f sont 3 et 10.

3. Une fonction peut être définie par un graphique : dans ce cas, on obtient les images et les antécédents par lecture graphique mais on n'a souvent que des valeurs approchées des images.



$f(3) \approx 1{,}5$ (l'image de 3 par f est environ 1,5).
3 est donc un antécédent de 1,5 par f (il y en a un autre).

4 – Fonctions

Exercice 1

Compléter les phrases suivantes.

1) Le périmètre d'un cercle de rayon r est donnée par la fonction $p : r \mapsto \dots$

2) Un mobile se déplace à 5 m/s. La distance parcourue par le mobile en fonction du temps de parcours t (en s) est donnée par la fonction $d : t \mapsto \dots$

3) L'aire d'un rectangle de périmètre égal à 30 cm et dont un côté a pour longueur x est donné par la fonction A : $x \mapsto \dots$

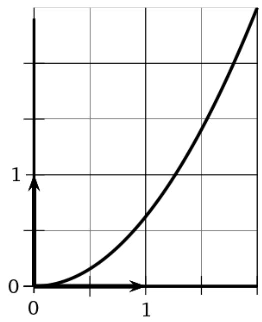
Exercice 2

La fonction f est définie par $f : x \mapsto 2x - 3$.

La fonction g est définie par le graphique ci-contre.

La fonction h est définie par le tableau suivant :

x	0	1	2	3
$h(x)$	1	-1	1	4



1. Donner l'image de 2 par chacune des trois fonctions.
2. Donner $f(1)$, $g(1)$ et $h(1)$.
3. Trouver le ou les antécédents de 1 par chacune des trois fonctions.

Exercice 3

$f : x \mapsto 3\,x^2 - 7$ $\qquad g(a) = 3a - 7$ $\qquad h(15) = 3$ $\qquad d(3) = 15$

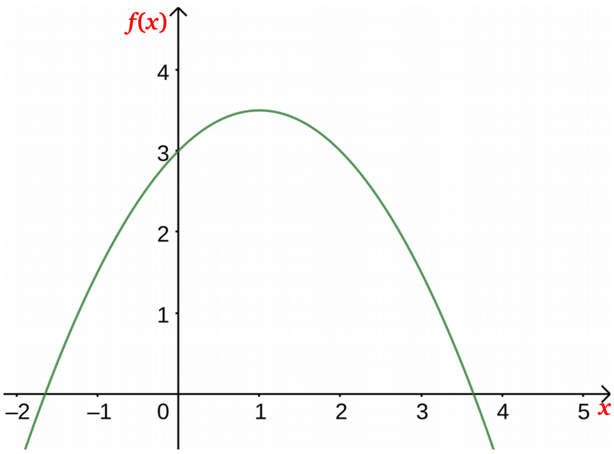
1) Identifier tous les noms de fonctions et tous les noms de variables.

2) Trouver une fonction par laquelle 15 est l'image de 3.

3) Trouver une fonction par laquelle 15 est un antécédent de 3.

Exercice 4

On a représenté ci-dessous la fonction f.



1) Déterminer l'image de 2 par f.

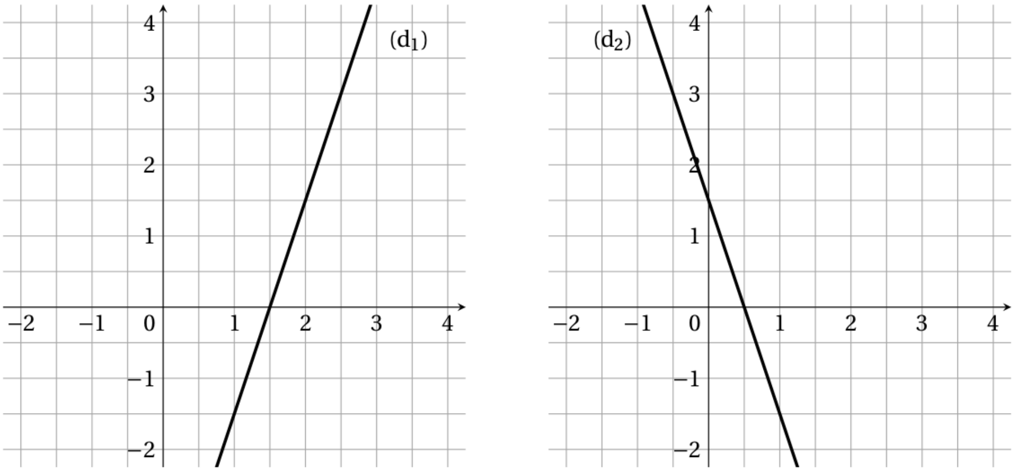
2) Déterminer une valeur approchée de l'image de 1 par f.

2) Déterminer une valeur approchée des deux antécédents de 2 par f.

Exercice 5

On considère la fonction f définie par $f(x) = -3x + 1{,}5$.

L'un des deux graphiques ci-dessous représente la fonction f. Lequel ? Justifier.



Graphique A   Graphique B

Exercice 6

Lorsqu'on fait geler de l'eau, le volume de glace obtenu est proportionnel au volume d'eau utilisé.

En faisant geler 1, 5 L d'eau on obtient 1, 62 L de glace.

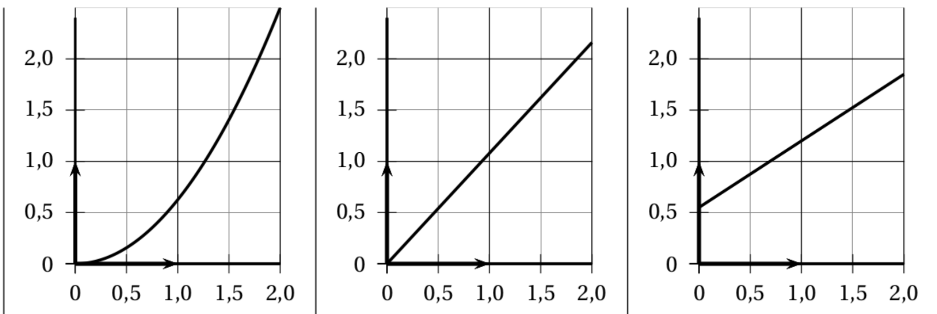
1. Montrer qu'en faisant geler 1 L d'eau, on obtient 1, 08 L de glace.

2. On souhaite compléter le tableau ci-dessous à l'aide d'un tableur.

Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B2 avant de la recopier vers la droite jusqu'à la cellule G2 ?

	A	B	C	D	E	F	G
1	Volume d'eau initial (en L)	0,5	1	1,5	2	2,5	3
2	Volume de glace obtenu (en L)						

3. Quel graphique représente le volume de glace obtenu (en L) en fonction du volume d'eau contenu dans la bouteille au départ (en L) ?



Graphique n° 1   Graphique n° 2   Graphique n° 3

Questions rapides

Exercice 1

1) Écrire le calcul $8 \times 8 \times 8 \times 8 \times 8$ sous la forme d'une puissance de 2.

2) AB = 8 cm, BC = 10 cm et AC = 6 cm. Le triangle ABC est-il rectangle ?

3) Trouver la forme irréductible de $\dfrac{66}{30}$.

4) Montrer que le nombre -5 est une solution de l'équation $(2x + 1) \times (x - 2) = 63$.

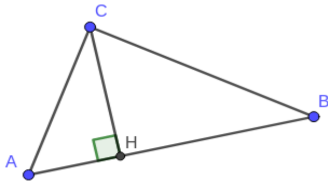
Exercice 2

1) Décomposer 124 en produit de facteurs premiers.

2) Développer $4\,(x + 3)$.

3) $\widehat{ABC} = 60°$ et $\widehat{BAC} = 50°$. $\widehat{DEF} = 60°$ et $\widehat{EFD} = 70°$. Les triangles ABC et DEF sont-ils semblables ?

4) Sur la figure, AH = 1,5 cm, BH = 3 cm et CH = 2 cm. Calculer l'aire du triangle ABC.



Exercice 3

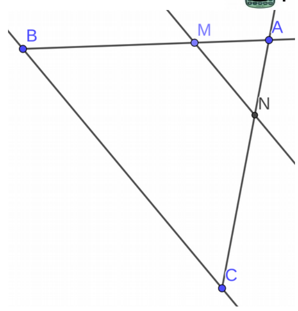
1) Quel est le quotient de la division euclidienne de 124 par 7 ?

2) Donner une valeur approchée de l'aire d'un cercle de 3 cm de rayon.

3) Sur la figure, AM = 5 cm, AN = 6 cm, AC = 18 cm, BC = 21 cm et (BC) // (MN).
Calculer MN.

4) Trouver, si possible, les nombres manquants dans les égalités suivantes :

$4 + \ldots = 1 \qquad \ldots \times 20 = 5 \qquad \ldots \times 7 = 1$



Exercice 4

1) Un jean coûtait 30 €, mais Célia l'a eu avec 5 % de réduction. Combien Célia a-t-elle payé le jean ?

2) Un triangle ABC est rectangle en C. On a AB = 5 cm et BC = 3 cm. Et AC ?

3) Factoriser $15 + 5x$.

4) Écrire sous la forme d'une puissance de dix : 0,001 et 100.