7 – PROBABILITÉS

Définition : Une expérience aléatoire est une expérience dont on ne peut connaître à l'avance le résultat. Les résultats d'une expérience aléatoire sont appelés les issues. L'ensemble des issues possibles est appelé l'univers de l'expérience aléatoire. Un événement est un ensemble d'issues.

Exemple. Lancer une pièce de monnaie et noter le côté obtenu (voir une simulation sur le site scratch) est une expérience aléatoire dont les issues sont « Obtenir pile » et « Obtenir face ». « Obtenir pile » est aussi un événement.

Exemple. Jeter un dé et relever le numéro apparu (voir une simulation sur le site scratch) est une expérience aléatoire dont les issues sont « Obtenir 1 », « Obtenir 2 », « Obtenir 3 », « Obtenir 4 », « Obtenir 5 » et « Obtenir 6 ». « Obtenir un nombre pair » est un événement.

Exemple. Choisir un élève au hasard et noter la couleur de ses yeux est une expérience aléatoire dont les issues sont « Les yeux sont bleus », « Les yeux sont marrons », « Les yeux sont verts »… « Les yeux sont bleus ou verts » est un événement.

Théorème : Lorsqu'on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition de chaque issue (le nombre d'apparition par rapport au nombre de répétitions) se stablise autour d'une valeur appelée probabilité.

Exemple. On lance un dé équilibré 10 fois, puis 1 000 fois, puis 1 000 000.... (voir une simulation sur le site scratch).

La fréquence d'apparition de chaque face fluctue puis se rapproche et se stabilise autour de $\frac{1}{6} \approx 0{,}17 = 17\ \%$.

Commentaire. On peut obtenir une valeur approchée de la probabilité d'une issue d'une expérience aléatoire en observant sa fréquence d'apparition : si on lance une pièce de monnaie 10 fois, la fréquence d'apparition du côté « Face » ne donne pas vraiment d'indication, mais si on la lance 1 000 fois, alors la fréquence d'apparition du côté « Face » devient proche de la probabilité de cette issue.

Théorème : La probabilité d'un événement A, notée p(A), est un nombre compris entre 0 et 1.

Commentaire. Les probabilités s'expriment habituellement sous trois formes : décimale, fractionnaire ou de pourcentage.

Définition : Un événement certain est un événement dont la probabilité est égale à 1.
Un événement impossible est un événement dont la probabilité est égale à 0.
Soit A un événement. L'événement contraire de A, noté $\overline{A}$, est l'événement constitué de toutes les issues qui ne sont pas dans A.

Exemple. On lance deux dés et on s'intéresse à la somme des numéros obtenus. « Obtenir un nombre inférieur ou égal à 12 » est un événement certain. « Obtenir 1 » est un événement impossible. L'événement contraire de l'événement « obtenir un nombre inférieur à 11 » est : « Obtenir 11 ou 12 ».

Théorème : Soit A un événement.

$$p\left(\overline{A}\right) = 1 - p(A)$$

Exemple. Dans un établissement, 8 % des élèves ont les yeux bleus. On prend un élève au hasard. Quelle est la probabilité qu'il n'ait pas les yeux bleus ?

p = 1 – 8 % = 92 %

7 – PROBABILITÉS

Exercice 1

On suppose que, pour un couple, la probabilité d'avoir une fille ou un garçon est la même. Un couple souhaite avoir deux enfants.

1. Calculer, en explicitant les issues possibles, la probabilité d'avoir deux garçons.
2. Calcule la probabilité que le couple ait au moins une fille.

Exercice 2

On pioche, deux fois de suite et avec remise, une boule dans une urne contenant une boule bleue et deux boules violettes. Déterminer la probabilité de tirer successivement deux boules violettes

Exercice 3

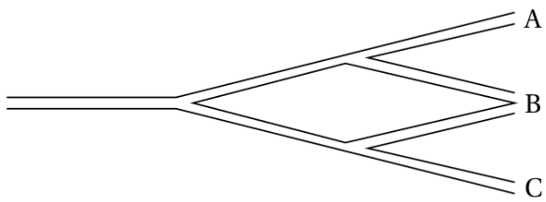
On donne les fréquences d'apparition de chaque face d'un dé pour 10 000 lancers.

Face du dé	1	2	3	4	5	6
Fréquence d'apparition (arrondie au millième)	0,162	0,158	0,197	0,159	0,161	0,163

Que peut-on en déduire ?

Exercice 4

Inès souhaite rejoindre une amie, mais elle a oublié la fin du trajet. Elle décide de finir son trajet en prenant, aux intersections, à droite ou à gauche au hasard.

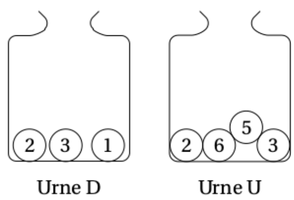


Quelle est la probabilité qu'elle arrive en A ?

Exercice 5

Deux urnes contiennent des boules numérotées indiscernables au toucher. Le schéma ci-contre représente le contenu de chacune des urnes. On forme un nombre entier à deux chiffres en tirant au hasard une boule dans chaque urne :

- le chiffre des dizaines est le numéro de la boule issue de l'urne D ;
- le chiffre des unités est le numéro de la boule issue de l'urne U.

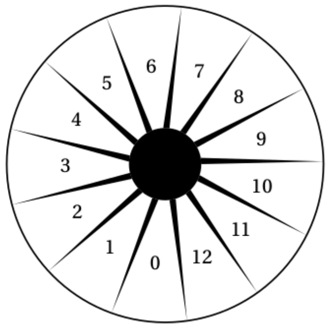


Exemple : en tirant la boule numérotée 1 de l'urne D et ensuite la boule numérotée 5 de l'urne U, on forme le nombre 15.

1. A-t-on plus de chance de former un nombre pair que de former un nombre impair ?
2. a. Sans justifier, indiquer les nombres premiers qu'on peut former lors de cette expérience.

   b. Montrer que la probabilité de former un nombre premier est égale à $\frac{1}{6}$.
3. Définir un évènement dont la probabilité de réalisation est égale à $\frac{1}{3}$.

Exercice 6



On considère un jeu composé d'un plateau tournant et d'une boule. Représenté ci-contre, ce plateau comporte 13 cases numérotées de 0 à 12.

On lance la boule sur le plateau, La boule finit par s'arrêter au hasard sur une case numérotée. La boule a la même probabilité de s'arrêter sur chaque case.

1. Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur la case numérotée 8 ?
2. Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur un nombre impair ?
3. Quelle est la probabilité que la boule s'arrête sur un nombre premier ?
4. Lors des deux derniers lancers, la boule s'est arrêtée à chaque fois sur la case numérotée 9.

A-t-on maintenant plus de chances que la boule s'arrête sur la case numérotée 9 plutôt que sur la case numérotée 7 ?

Exercice 7

Thomas possède une montre qu'il compose en assemblant des cadrans et des bracelets de plusieurs couleurs. Pour cela, Il dispose de :

- deux cadrans : un rouge et un jaune ;
- quatre bracelets : un rouge, un jaune, un vert et un noir.

Il choisit au hasard un cadran et un bracelet pour composer sa montre.

1. Combien y a-t-il d'issues possibles ?
2. Déterminer la probabilité d'obtenir une montre toute rouge.
3. Déterminer la probabilité d'obtenir une montre d'une seule couleur.
4. Déterminer la probabilité d'avoir une montre de deux couleurs.

Exercice 8

Il y a dans une urne 12 boules indiscernables au toucher, numérotées de 1 à 12. On veut tirer une boule au hasard.

1. Est-il plus probable d'obtenir un numéro pair ou bien un multiple de 3 ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir un numéro inférieur à 20 ?
3. On enlève de l'urne toutes les boules dont le numéro est un diviseur de 6. On veut à nouveau tirer une boule au hasard.

Expliquer pourquoi la probabilité d'obtenir un numéro qui soit un nombre premier est alors 0, 375.

Exercice 9

Un sac opaque contient 120 boules toutes indiscernables au toucher, dont 30 sont bleues. Les autres boules sont rouges ou vertes. On considère l'expérience aléatoire suivante : « On tire une boule au hasard, on regarde sa couleur, on repose la boule dans le sac et on mélange. »

1. Quelle est la probabilité de tirer une boule bleue ? Écrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Cécile a effectué 20 fois cette expérience aléatoire et elle a obtenu 8 fois une boule verte. Choisir, parmi les réponses suivantes, le nombre de boules vertes contenues dans le sac (aucune justification n'est demandée) :

   a. 48   b. 70   c. On ne peut pas savoir   d. 25

3. La probabilité de tirer une boule rouge est égale à 0, 4.
   a. Quel est le nombre de boules rouges dans le sac ?
   b. Quelle est la probabilité de tirer une boule verte ?

Questions rapides

Exercice 1

1) Développer $-7\,(5-x)$.

2) Un triangle ABC est rectangle en B. On donne AC = 10 cm et $\widehat{ACB} = 45°$.

Angle	0°	30°	45°	60°
Sinus	0	0,5	0,707...	0,866...
Cosinus	1	0,866...	0,707...	0,5
Tangente	0	0,577...	1	1,732...

Calculer AB au mm près.

3) Donner tous les diviseurs de 30.

4) Donner l'écriture scientifique de 0,00302.

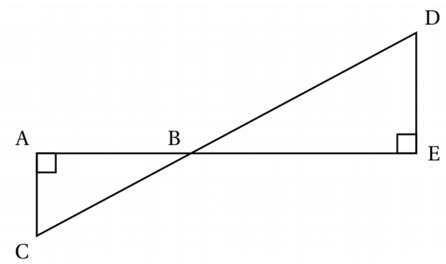
Exercice 2

1) Sur une carte, 1 cm représentent 4 km. Quelle distance sur la carte représente 5 km en réalité ?

2) Célia a eu son smartphone avec 40% de réduction. Elle l'a payé 120 €. Combien coûtait-il avant la réduction ?

3) Sur la figure, AC = 3 cm, BC = 5 cm, BE = 12 cm. Calculer DE.

4) $f : x \mapsto x\,(x-2)$. L'image de 0 est égale à l'image de 2 : vrai ou faux ?



Exercice 3

1) Résoudre l'équation : $5\,(x-2) = x + 2$.

2) Factoriser $6\,(x+2) + x\,(x+2)$.

3) Les nombres 25 et 36 sont-ils premiers entre eux ?

4) La fonction f est représentée par la droite. Quelle est l'antécédent de 1,5 ?