

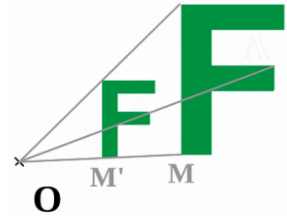
Définition : Transformer une figure par homothétie, c'est créer l'image de cette figure par rapport à un centre et un rapport k .

Commentaire. Les homothéties sont des agrandissements ou des réductions particuliers.

Exemple 1. Le petit F est l'image du grand F par l'homothétie de centre O et de rapport 0,5.

On a $OM' = OM \times 0,5$

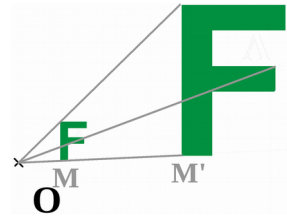
O, M et M' sont alignés.



Exemple 2. Le grand F est l'image du petit F par l'homothétie de centre O et de rapport 4.

On a $OM' = OM \times 4$

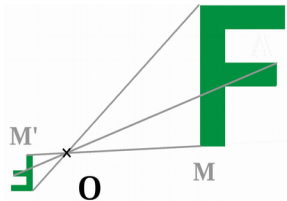
O, M et M' sont alignés.



Exemple 3. Le petit F est l'image du grand F par l'homothétie de centre O et de rapport $-0,25$.

On a $OM' = OM \times 0,25$

O, M et M' sont alignés.



Théorème : Le rapport d'une homothétie peut être calculé à partir de son centre ou comme pour tous les agrandissements

et réductions : $k = \frac{OM'}{OM}$ ou $k = \frac{\text{Une longueur de la figure transformée}}{\text{La longueur correspondante sur la figure initiale}}$.

Théorème : Si les longueurs d'une figure sont multipliées par k , alors son aire est multipliée par k^2 et son volume par k^3 .

Exemple. Un rectangle ABCD a pour aire 8 cm^2 . Un rectangle DEFG est un agrandissement du rectangle ABCD de rapport

3. Quelle est l'aire du rectangle DEFG ?

$3^2 = 9$ donc son aire est multipliée par 9.

$8 \times 9 = 72$

L'aire du rectangle DEFG mesure 72 cm^2 .

Exemple. On agrandit à l'échelle 2,5 un cube de 2 cm de côté. Quel est le volume du cube agrandi ?

$2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

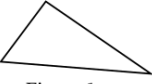
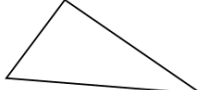
Le volume du petit cube est 8 cm^3 .

$2,5^3 = 15,625$ donc son volume est multiplié par 15,625.

$8 \times 15,625 = 125$

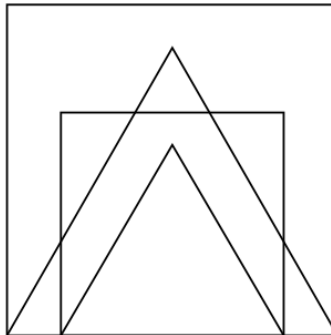
Le volume du grand cube mesure 125 cm^3 .

Exercice 1

| | | | | |
|--|---|--------------------|-------------------|-----------------|
|  <p>Figure 1</p> <p>La transformation utilisée pour obtenir la figure 2 à partir de la figure 1 est une :</p> |  <p>Figure 2</p> | <p>translation</p> | <p>homothétie</p> | <p>rotation</p> |
|--|---|--------------------|-------------------|-----------------|

Exercice 2

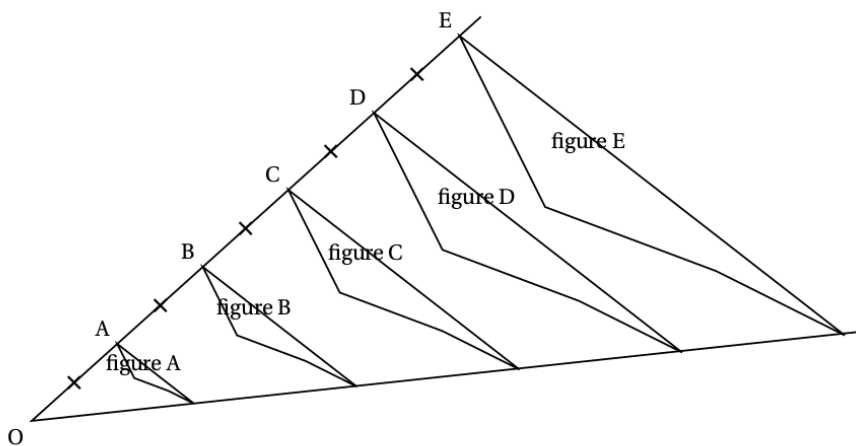
Sur la figure ci-dessous, le côté du grand carré mesure 300 et celui du petit carré mesure 200 pas.



Parmi les transformations suivantes, translation, homothétie, rotation, symétrie axiale, quelle est la transformation géométrique qui permet d'obtenir le petit carré à partir du grand carré ? Préciser le rapport de réduction.

Exercice 3

Avec un logiciel de géométrie dynamique, on a construit la figure A. En appliquant à la figure A des homothéties de centre O et de rapports différents, on a ensuite obtenu les autres figures.



1. Quel est le rapport de l'homothétie de centre O qui permet d'obtenir la figure C à partir de la figure A ? Aucune justification n'est attendue.
2. On applique l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{3}{5}$ à la figure E. Quelle figure obtient-on ? Aucune justification n'est attendue.
3. Quelle figure a une aire quatre fois plus grande que celle de la figure A ?

Exercice 4

Le pavage représenté sur la figure 1 est réalisé à partir d'un motif appelé pied-de-coq qui est présent sur de nombreux tissus utilisés pour la fabrication de vêtements.

Le motif pied-de-coq est représenté par le polygone ci-dessous à droite (figure 2) qui peut être réalisé à l'aide d'un quadrillage régulier.

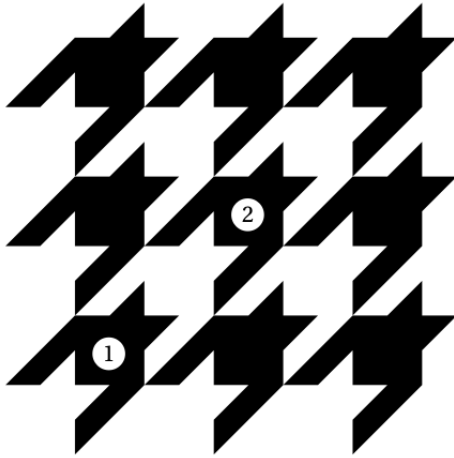


Figure 1

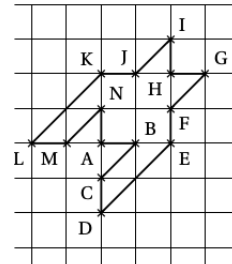


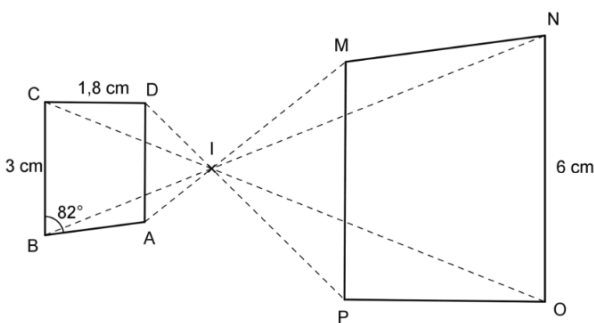
Figure 2

1. Sur la figure 1, quel type de transformation géométrique permet d'obtenir le motif 2 à partir du motif 1 ?
2. Dans cette question, on considère que : $AB = 1$ cm (figure 2).
Déterminer l'aire d'un motif pied-de-coq.
3. Marie affirme « si je divise par 2 les longueurs d'un motif, son aire sera aussi divisée par 2 ». A-t-elle raison ? Expliquer pourquoi.

Exercice 5

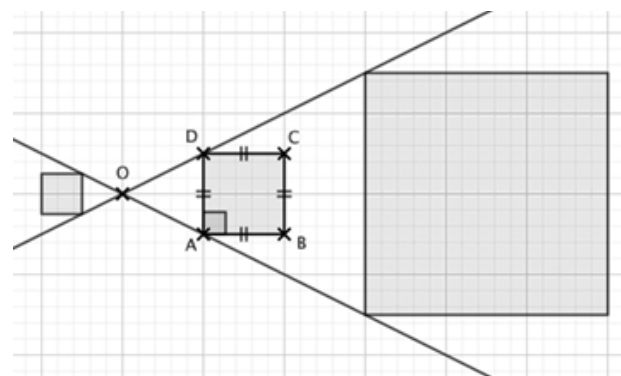
Partie A

Le quadrilatère MNOP est l'image du quadrilatère ABCD par une homothétie.



- 1) Déterminer la mesure de l'angle \widehat{MNO} . Justifier.
- 2) Calculer la distance OP. Justifier.

Partie B



1. Quel est le rapport de l'homothétie permettant d'obtenir le grand carré à partir du carré ABCD ?
2. Quel est le rapport de l'homothétie permettant d'obtenir le petit carré à partir du carré ABCD ?