

**Devoir surveillé de mathématiques n°1**

*La calculatrice est autorisée. Ce sujet sera rendu avec la copie.*

**Exercice 1 (10 points)**

Une compagnie d'assurance auto propose deux types de contrat : un contrat « Tous risques » et un contrat « de base ». En consultant le fichier clients de la compagnie, on apprend que : 60% des clients possèdent un véhicule récent (moins de 5 ans) ; les autres clients ont un véhicule ancien ; parmi les clients possédant un véhicule récent, 70% ont souscrit au contrat « Tous risques » ; parmi les clients possédant un véhicule ancien, 20% ont souscrit au contrat « Tous risques ».

On considère un client choisi au hasard. On note les événements suivants :

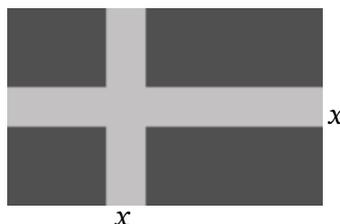
R : « le client possède un véhicule récent » ; T : « le client a souscrit au contrat « Tous risques » ».

*Les probabilités seront écrites en pourcentage.*

1. Donner  $p(R)$ ,  $p_R(T)$  et  $p_{\bar{R}}(T)$ .
2. Construire l'arbre pondéré de probabilité traduisant les données de l'exercice.
3. Calculer  $p(R \cap T)$ .
4. Calculer la probabilité que le client pris au hasard possède un véhicule ancien et qu'il ait souscrit au contrat « de base ».
5. On donne  $p(T) = 50\%$ . Calculer la probabilité que le client pris au hasard possède un véhicule récent sachant qu'il a souscrit au contrat « Tous risques ».

**Exercice 2 (10 points)**

Un drapeau est composé d'un fond foncé et d'une croix claire. La bande claire rectangulaire horizontale à la même largeur  $x$  que la bande claire rectangulaire verticale. Le drapeau mesure 56 cm de long et 33 cm de large.



L'objectif de ce problème est de déterminer pour quelles valeurs de  $x$  l'aire de la croix est égale à la moitié de l'aire totale du drapeau.

1. Dans cette question, les traces de recherche, même incomplètes ou infructueuses, pourront être valorisées.

Montrer que le problème se ramène à la résolution de l'équation  $x^2 - 89x + 924 = 0$ .

2. Montrer que 77 est une racine du polynôme  $x^2 - 89x + 924$ .

3. Calculer le produit des racines du polynôme  $x^2 - 89x + 924$ .

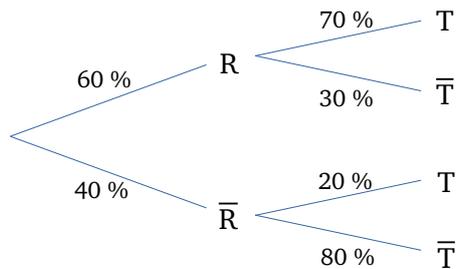
4. Déduire des questions 3 et 4 la seconde racine du polynôme  $x^2 - 89x + 924$ .

5. Résoudre le problème.

**Exercice 1**

1.  $p(R) = 60 \%$ ,  $p_R(T) = 70 \%$  et  $p_{\bar{R}}(T) = 20 \%$ .

2. On utilise la règle de la somme pour compléter l'arbre.



3.  $p(R \cap T) = p(R) \times p_R(T) = 60 \% \times 70 \% = 42 \%$ .

4.  $p(\bar{R} \cap \bar{T}) = p(\bar{R}) \times p_{\bar{R}}(\bar{T}) = 40 \% \times 80 \% = 32 \%$

La probabilité que le client pris au hasard possède un véhicule ancien et ait souscrit au contrat « de base » est 32 %.

$$5. p_T(R) = \frac{p(R \cap T)}{p(T)} = \frac{42 \%}{50 \%} = 84 \%$$

La probabilité que le client pris au hasard possède un véhicule récent sachant qu'il a souscrit au contrat « Tous risques » est 84 %.

## Exercice 2

1. L'aire totale du drapeau est égale à 1848 (en  $\text{cm}^2$ ) donc sa moitié vaut 924.

L'aire de la croix est fonction de  $x$  et est égale à la somme des aires de chaque bande rectangulaire mais à laquelle il faut soustraire l'aire du petit carré central qui aura été comptée deux fois :

$$56 \times x + 33 \times x - x^2$$

ce qui donne

$$89x - x^2$$

Le problème se ramène donc à la résolution de l'équation

$$89x - x^2 = 924$$

ce qui est équivalent à :

$$x^2 - 89x + 924 = 0$$

2. La calculatrice donne  $77^2 - 89 \times 77 + 924 = 0$  donc 77 est une racine du polynôme  $x^2 - 89x + 924$ .

3. D'après un théorème du cours, le produit des racines du polynôme  $x^2 - 89x + 924$  est égal à  $\frac{924}{1} = 924$ .

4. D'après les questions 3 et 4, la seconde racine, que l'on notera  $x_2$ , si elle existe, vérifie donc  $77x_2 = 924$  ce qui donne  $x_2 = \frac{924}{77} = 12$ .

Vérifions :  $12^2 - 89 \times 12 + 924 = 0$ .

La seconde racine du polynôme est donc 12.

5. D'après la question 1, les solutions du problème sont solutions de l'équation  $x^2 - 89x + 924 = 0$ . Cette équation admet d'après les questions 2 et 4 deux solutions dans  $\mathbb{R}$  : 12 et 77. Mais 77 est supérieur à la largeur du drapeau et ne peut donc pas être retenu. 12 convient.

En conclusion, l'aire de la croix est égale à la moitié de l'aire du drapeau lorsque sa largeur mesure 12 cm.