Nom et prénom : ______________________________ Spécialité mathématiques 1re

Devoir surveillé de mathématiques n°1

La calculatrice est autorisée.

Ce sujet comporte 2 exercices sur 2 pages. Ne pas oublier de le rendre avec la copie.

Exercice 1 (8 points)

Une compagnie d'assurance auto propose deux types de contrat : un contrat « Tous risques » et un contrat « de base ». En consultant le fichier clients de la compagnie, on apprend que : 60% des clients possèdent un véhicule récent (moins de 5 ans) ; les autres clients ont un véhicule ancien ; parmi les clients possédant un véhicule récent, 70% ont souscrit au contrat « Tous risques » ; parmi les clients possédant un véhicule ancien, 20% ont souscrit au contrat « Tous risques ».

On considère un client choisi au hasard. On note les événements suivants :

R : « le client possède un véhicule récent » ; T : « le client a souscrit au contrat « Tous risques » ».

Les probabilités seront écrites en pourcentage.

1. Écrire les trois probabilités correspondantes aux données de l'énoncé.
2. Construire l'arbre pondéré de probabilité traduisant les données de l'exercice.
3. Calculer la probabilité que le client pris au hasard possède un véhicule ancien et ait souscrit au contrat « de base ».
4. On donne $p(\mathrm{T}) = 50$ %. Calculer la probabilité que le client pris au hasard possède un véhicule récent sachant qu'il a souscrit au contrat « Tous risques ».

Exercice 2 (10 points)

Cet exercice est un QCM. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses proposées est correcte. Les questions sont indépendantes. Pour chaque question, indiquer le numéro de la question et recopier clairement sur la copie la lettre correspondante à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée mais il peut être nécessaire d'effectuer des recherches au brouillon pour aider à déterminer votre réponse. Chaque réponse correcte rapporte 2 points. Une réponse incorrecte ou une question sans réponse n'apporte ni ne retire de point.

1) Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(u_n + \dfrac{2}{u_n}\right)$. On a :

a. $u_2 = \dfrac{9}{4}$

b. $u_2 = \dfrac{17}{12}$

c. $u_2 = \dfrac{3}{2}$

d. $u_2 = \dfrac{4}{3}$

2) On considère l'algorithme suivant, écrit en langage usuel :

A ← 10

Pour k allant de 1 à N

A ← 2×A – 4

Fin Pour

Afficher A

Pour la valeur $N = 4$, la résultat affiché sera :

a. 4 b. 100

c. 52 d. 196

3) On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel non nul n, $u_{n+1} = u_n + 2n - 3$.

a. $u_1 = 0$ b. (u_n) est croissante

c. $u_2 = -3$ d. (u_n) est décroissante

4) (u_n) est une suite telle que $u_2 = 1$.

Parmi les relations suivantes, laquelle ne peut pas correspondre à la suite (u_n) ?

a. $u_n = 4 - 1{,}5\, n$ b. $u_0 = 4$ et $u_{n+1} = 1{,}5\, u_n - 3{,}2$

c. $u_n = 4\, n - 9$ d. $u_0 = 2{,}5$ et $u_{n+1} = 2\, u_n - 3$

5) On considère une suite u définie sur $\mathbb{N}$ dont les premiers termes sont :

$$u_0 = 0 \qquad u_1 = 1 \qquad u_2 = 3 \qquad u_3 = 6$$

La suite u :

a. semble croissante b. est croissante

c. est monotone d. ne semble pas monotone

Exercice 3 (2 points)

Parmi les questions 3, 4 et 5 de l'exercice 2, il y a en tout 3 réponses correctes (une par question) et 9 qui ne le sont pas (trois par question).

Choisir, parmi les questions 3, 4, et 5, quatre réponses qui vous semblent incorrectes et prouver qu'elles le sont.

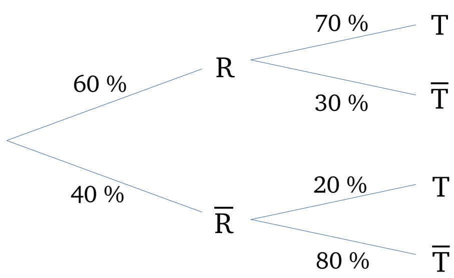
Les démonstrations ne pourront pas utiliser le fait qu'une seule réponse par question est correcte.

Corrigé du devoir surveillé de mathématiques n°1

Exercice 1

1. $p(\mathrm{R}) = 60~\%$, $p_{\mathrm{R}}(\mathrm{T}) = 70~\%$ et $p_{\overline{\mathrm{R}}}(\mathrm{T}) = 20~\%$.

2. On utilise la règle de la somme pour compléter l'arbre.



3. $p(\overline{\mathrm{R}} \cap \overline{\mathrm{T}}) = p(\overline{\mathrm{R}}) \times p_{\overline{\mathrm{R}}}(\overline{\mathrm{T}}) = 40~\% \times 80~\% = 32~\%$

La probabilité que le client pris au hasard possède un véhicule ancien et ait souscrit au contrat « de base » est 32 %.

4. $p_{\mathrm{T}}(\mathrm{R}) = \dfrac{p(R \cap T)}{p(T)} = \dfrac{p(R) \times p_R(T)}{p(T)} = \dfrac{60~\% \times 70~\%}{50~\%} = 84~\%$

La probabilité que le client pris au hasard possède un véhicule récent sachant qu'il a souscrit au contrat « Tous risques » est 84 %.

Exercice 2

1) b **2)** b **3)** c **4)** c **5)** a

1) Pour $n = 0$, $u_1 = \dfrac{1}{2}\left(u_0 + \dfrac{2}{u_0}\right) = \dfrac{1}{2}\left(1 + \dfrac{2}{1}\right) = \dfrac{3}{2}$.

Maintenant, pour $n = 1$, $u_2 = \dfrac{1}{2}\left(u_1 + \dfrac{2}{u_1}\right) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{2} + \dfrac{2}{\frac{3}{2}}\right) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{2} + 2\times\dfrac{2}{3}\right) = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{3}{2} + \dfrac{4}{3}\right) = \dfrac{17}{12}$ donc c'est la réponse b.

2) A = 10 dès le début de l'algorithme, puis A = 2×10 – 4 = 16 après le premier passage dans la boucle (k = 1), puis A = 2×16 – 4 = 28 après le 2^e^ passage (k = 2), puis A = 52 après le 3^e^ passage (k = 3) et enfin A = 100 après le 4^e^ et dernier passage (k = 4). Le programme affiche A donc 100. C'est la réponse b.

3) $u_1 = u_0 + 2\times0 - 3 = 1 + 0 - 3 = -2$ donc $u_2 = u_1 + 2\times1 - 3 = -2 + 2 - 3 = -3$ donc c'est la réponse c.

4) Si $u_n = 4\,n - 9$, pour $n = 2$, $u_2 = 4\times2 - 9 = -1$ donc c'est la réponse c.

5) Les quatre premiers termes sont dans l'ordre croissant sans pouvoir affirmer que les suivants le seront aussi donc c'est la réponse a.

Exercice 3

Il était demandé quatre raisonnements parmi les 9 suivants.

3) Réponse a. $u_1 = u_0 + 2\times0 - 3 = -2 \neq 0$ donc $u_1 \neq 0$.

Réponse b. $u_0 = 1$ et $u_1 = u_0 + 2\times0 - 3 = -2$ donc la suite (u_n) n'est pas croissante.

Réponse d. $u_1 = u_0 + 2\times0 - 3 = -2$ puis $u_2 = u_1 + 2\times1 - 3 = -3$ et enfin $u_3 = u_2 + 2\times2 - 3 = -2$ donc $u_3 > u_2$ ce qui prouve que la suite (u_n) n'est pas décroissante.

4) Réponse a. $u_2 = 4 - 1{,}5\times2 = 1$ donc cette relation peut correspondre à la suite (u_n).

Réponse b. $u_0 = 4$ puis $u_1 = 1{,}5\,u_0 - 3{,}2 = 1{,}5\times4 - 3{,}2 = 2{,}8$ et enfin $u_2 = 1{,}5\,u_1 - 3{,}2 = 1{,}5\times2{,}8 - 3{,}2 = 1$ donc cette relation peut correspondre à la suite (u_n).

Réponse d. $u_0 = 2{,}5$ puis $u_1 = 2\,u_0 - 3 = 2\times2{,}5 - 3 = 2$ et enfin $u_2 = 2\,u_1 - 3 = 2\times2 - 3 = 1$ donc cette relation peut correspondre à la suite (u_n).

5) Réponse b. Si $u_4 < 6$, alors la suite u n'est pas croissante. Comme on ne peut pas déterminer les termes à partir de u_4, on ne peut pas savoir si la suite u est croissante donc on ne peut pas affirmer qu'elle l'est.

Réponse c. La suite u est monotone si et seulement si elle est croissante ou décroissante.

$u_1 > u_0$ donc la suite n'est pas décroissante et comme on ne peut pas déterminer les termes à partir de u_4, on ne peut pas savoir si la suite u est croissante donc on ne peut pas affirmer qu'elle l'est.

Ainsi, on ne peut pas affirmer que la suite u est monotone.

Réponse d. Tous les termes donnés sont dans l'ordre croissant donc elle semble croissante. On peut donc dire qu'elle semble monotone.