LE SECOND DEGRÉ

1. FORME FACTORISÉE

2. FORME CANONIQUE ET ÉQUATIONS

Partie 1

Découvrir le cours

Définitions, théorèmes et exemples, présentés et expliqués.

« *Un jeune aujourd'hui ne peut pas manquer sur l'envie. Tu peux manquer techniquement, ça peut arriver. Mais sur l'envie, tu dois avoir plus faim que les autres.* » Mehdi Benatia

SECOND DEGRÉ : FORME FACTORISÉE

I. DÉFINITION

Définition 1

Une fonction polynôme du second degré est une fonction f qui peut s'écrire, pour tout réel x, sous la forme

$$f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$$

où a, b et c sont trois nombres réels avec $a \neq 0$.

Théorème 1

La forme $a\,x^2 + b\,x + c$ est unique.

Exemple 1

Reconnaître les fonctions polynômes du second degré :

$$f : x \mapsto (x-1)^2 - x^2, \quad g : x \mapsto (1-x)^2 + x^2 \quad \text{et} \quad h : x \mapsto 2x(x-1)^2 + 4x^2.$$

II. RACINES ET FACTORISATION D'UN POLYNÔME

Définition 2

Soit f une fonction polynôme du second degré.
On appelle **racine** du polynôme f toute solution de l'équation $f(x) = 0$.

Exemple 2

Montrer que 2 est une racine de la fonction polynôme du second degré définie par : $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$.

Théorème 2

Soit f une fonction polynôme du second degré.
Si le polynôme f possède une racine x_1 alors il existe un réel x_2 (pas nécessairement différent de x_1) tel que le polynôme puisse être factorisé sous la forme :

$$f(x) = a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$$

et le réel x_2 est également une racine de f.

Théorème 3

Soit f une fonction polynôme du second degré. On suppose que f possède deux racines distinctes x_1 et x_2 ou une racine unique x_1 et on pose dans ce cas $x_2 = x_1$. On a alors :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \qquad \text{et} \qquad x_1\, x_2 = \frac{c}{a}$$

Théorème 4

Une fonction polynôme du second degré admet au maximum deux racines.

Exemple 3

Soit la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$. Calculer le produit des racines.

Exemple 4

Soit la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$. Déduire des exemples précédents la seconde racine de ce polynôme.

Théorème 5

Lorsqu'elle existe, la forme $a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$ est unique, à l'ordre de x_1 et x_2 près.

Définition 3

Soit f une fonction polynôme du second degré possédant deux racines distinctes x_1 et x_2, ou une racine unique x_1 ; on pose dans ce cas $x_2 = x_1$.
La forme $a\,(x - x_1)\,(x - x_2)$ est appelée la **forme factorisée** du polynôme.

Exemple 5

Soit la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$. Déduire des exemples précédents la forme factorisée de ce polynôme.

III. SIGNE D'UN POLYNÔME AYANT DEUX RACINES

Théorème 6

Soit f une fonction polynôme du second degré possédant deux racines distinctes x_1 et x_2 avec $x_1 < x_2$ ou une racine unique x_1 ; on pose dans ce cas $x_2 = x_1$.

- $f(x)$ est du même signe que a à l'extérieur des racines (c'est-à-dire sur $]-\infty\,;x_1[\cup]x_2\,;+\infty[$).
- Si $x_1 \neq x_2$, $f(x)$ est de signe opposé à a entre les racines (c'est-à-dire sur $]x_1\,;x_2[$).

Exemple 6

Soit la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$. Déduire des exemples précédents son signe.

x	$-\infty$	$1{,}5$	2	$+\infty$
$f(x)$				

Vérification

Partie 1 — juste après le cours

→ Vérification de la partie 1

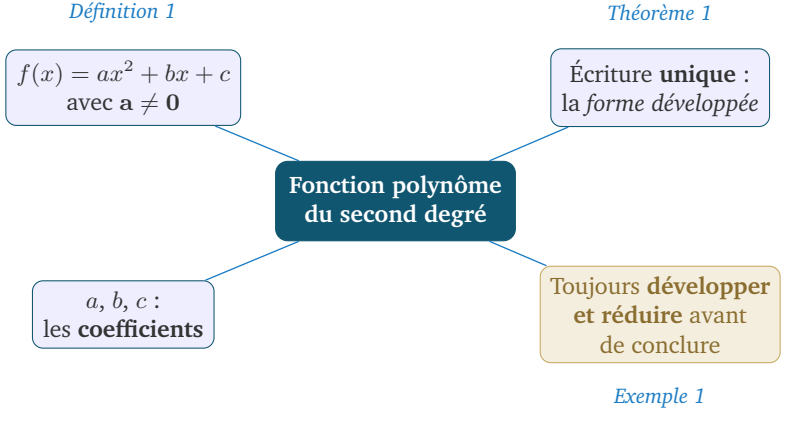
Les définitions et les théorèmes qui viennent d'être présentés.

Partie 2

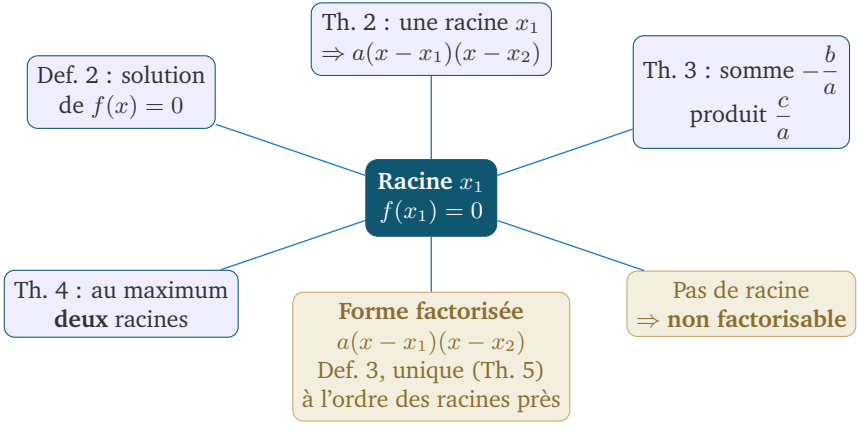
Revoir le cours

Une diapositive par section, pour balayer l'essentiel en quelques minutes.

I. DÉFINITION *en une diapositive*

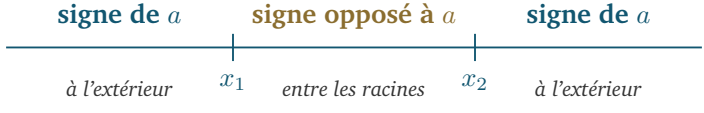


II. RACINES ET FACTORISATION *en une diapositive*



III. SIGNE D'UN POLYNÔME *en une diapositive*

Théorème 6 — deux racines $x_1 < x_2$ (ou une racine unique, $x_2 = x_1$)



Deux réflexes : vérifier que les racines sont rangées dans l'ordre croissant, puis repérer le signe de a.
Racine double ($x_1 = x_2$) : la colonne du milieu disparaît, $f(x)$ garde le signe de a de part et d'autre.

Vérification

Partie 2 — les exemples du cours

→ Vérification de la partie 2

Les six exemples du cours, repris avec d'autres valeurs et d'autres cas.

Les ateliers en ligne

Atelier C — Flashcards menteuses

Atelier H — Auto-évaluation

Atelier J — Le rectangle du scribe