La fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = -1{,}5x^2 + 1{,}5x + 3$ modélise mon plongeon pour $x \geq 0$: $h(x)$ est ma hauteur en mètres et x la distance horizontale parcourue en mètres. En $x = 0$, je suis au sommet de la falaise.

Question 1.
Quelle est la nature de la fonction h ?

Question 2.
Montrer que -1 est une racine de h.

Question 3. Calculer la somme et le produit des racines de h.
Question 4. En déduire la seconde racine, puis donner la forme factorisée de h.

Question 5.a.
Quelle est la hauteur de la falaise ?

Question 5.b. À quelle distance de la falaise le plongeur pénètre-t-il dans l'eau ?

Objectifs : Mener une étude complète et l'interpréter dans une situation concrète.
Durée : 35 minutes — sans calculatrice

Consignes

Les données et les questions sont dans les bulles et les cases de la planche au recto : lisez-la dans l'ordre, répondez sur votre cahier. Le corrigé est à aller chercher une fois le travail terminé. Les aides sont en bas de la page.

1. Développez et réduisez si nécessaire : sous quelle forme $ax^2 + bx + c$ l'expression de $h(x)$ s'écrit-elle ? Quels sont a, b et c ?

2. Pour montrer que -1 est une racine, calculez $h(-1)$ et montrez que le résultat est nul. Attention : $(-1)^2 = 1$.

3. *Voir théorème 3.* La somme des racines vaut $-\dfrac{b}{a}$ et leur produit $\dfrac{c}{a}$. *Valeur de contrôle* : la somme vaut 1.

4. *Voir définition 3.* Avec la somme, la seconde racine vaut $1 - (-1)$; la forme factorisée s'écrit $a\,(x - x_1)(x - x_2)$, avec $a = -1{,}5$.

5. La hauteur de la falaise est celle du plongeur avant tout déplacement horizontal, pour $x = 0$. L'entrée dans l'eau correspond à une hauteur nulle avec $x \geqslant 0$: cherchez la racine positive.

★ AIDES ★