ATELIER I

Le parallélogramme inscrit

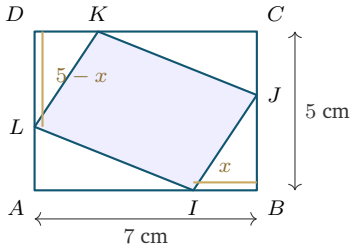
Objectifs : Mettre un problème géométrique en équation et interpréter les solutions.
Durée : 35 minutes — sans calculatrice

Consignes

Répondez aux questions dans l'ordre, sur votre cahier. Le corrigé est à aller chercher une fois le travail terminé. Les aides sont sur la page suivante.

Énoncé

$ABCD$ est un rectangle d'aire égale à 35 cm^2, de largeur 5 cm et de longueur 7 cm. Les points I, J, K et L sont situés à la même distance des sommets B, C, D et A. Cette distance, en cm, est notée x et elle est comprise entre 0 et 5 cm inclus.



1. Exprimer, en fonction de x, l'aire du triangle LDK, puis celle du triangle KCJ.

2. Montrer que l'aire $\mathcal{A}(x)$ du parallélogramme $IJKL$ est $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 12x + 35$.

3. On cherche les longueurs x pour lesquelles $IJKL$ a une aire de 25 cm^2.

a. Montrer que le problème se ramène à l'équation $x^2 - 6x + 5 = 0$.

b. Déterminer une racine évidente du polynôme $x^2 - 6x + 5$, puis en déduire la seconde.

c. Résoudre l'équation, puis répondre au problème.

★ AIDES ★

1. Dans le triangle LDK, rectangle en D, les deux côtés de l'angle droit sont DK et DL. On a $DK = x$; que vaut DL, sachant que $AL = x$ et $AD = 5$? Procédez de même dans le triangle KCJ, rectangle en C.

2. L'aire du parallélogramme s'obtient en retirant à l'aire du rectangle celle des *quatre* triangles des coins. Les triangles opposés sont deux à deux superposables. *Valeur de contrôle* : pour $x = 1$, on doit trouver $\mathcal{A}(1) = 25$.

3.a. Écrivez l'équation $\mathcal{A}(x) = 25$, ramenez tout dans le même membre, puis divisez les deux membres par 2.

3.b. *Voir théorème 3.* Testez de petites valeurs entières : 1, 2, $3\ldots$ Une fois une racine trouvée, utilisez le produit des racines, $\dfrac{c}{a}$, pour obtenir l'autre.

3.c. N'oubliez pas de vérifier que les solutions appartiennent bien à l'intervalle $[0\,;5]$.