

Comment travailler. On choisit un atelier, on le fait sur son cahier, on va chercher le corrigé, on se corrige soi-même, puis on demande la validation du professeur.

Comment naviguer. Cliquez sur les pastilles : les **bleues** restent dans ce document, les **dorées** ouvrent un fichier en ligne. Pour revenir à ce menu, cliquez sur le bandeau de titre en haut de la page où vous vous trouvez.

Le cours

Définitions 1 à 3, théorèmes 1 à 6 et les six exemples, avec les démonstrations complètes.

[Ouvrir le cours](#)

La vérification

QCM en deux parties : les définitions et théorèmes, puis les exemples du cours. Ni noté, ni chronométré.

[Ouvrir le QCM de vérification](#)

Les ateliers Réalisables dans l'ordre de votre choix. Obligatoires : 1 h 55.

	Intitulé	Type	Durée	Documents
A	Une expression, plusieurs visages	BONUS	25 min	Consignes Cartes Corrigé
B	Second degré, ou pas ?	OBLIG.	15 min	Consignes Corrigé
C	Flashcards menteuses	BONUS	15 min	Règle du jeu Flashcards en ligne
D	La chaîne des racines	OBLIG.	20 min	Consignes Dominos Corrigé
E	Écrire la forme factorisée	OBLIG.	20 min	Consignes Corrigé
F	La chasse aux erreurs	OBLIG.	25 min	Consignes Corrigé
G	Le plongeon du pirate	OBLIG.	35 min	Planche Consignes Corrigé
H	Auto-évaluation	BONUS	20 min	Consignes QCM en ligne
I	Le parallélogramme inscrit	BONUS	35 min	Consignes Corrigé
J	Chercher une racine avec Python	BONUS	25 min	Consignes Corrigé

SECOND DEGRÉ : FORME FACTORISÉE

Cours

« Un jeune aujourd'hui ne peut pas manquer sur l'envie. Tu peux manquer techniquement, ça peut arriver. Mais sur l'envie, tu dois avoir plus faim que les autres. »

Mehdi Benatia

I. DÉFINITION

Les fonctions affines étudiées en 3^e et en 2^{de} sont ce qu'on appelle des fonctions polynômes du 1^{er} degré : leur expression algébrique peut s'écrire sous la forme $ax + b$.

Définition 1. Soient a , b et c trois nombres réels avec $a \neq 0$.

Une **fonction polynôme du second degré** est une fonction f qui peut s'écrire sous la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

pour tout réel x .

Théorème 1. La forme $ax^2 + bx + c$ est unique.

Démonstration. On suppose qu'il existe six réels a , b , c , a' , b' et c' (a et a' non nuls) tels que, pour tout réel x :

$$ax^2 + bx + c = a'x^2 + b'x + c'$$

Lorsque $x = 0$, on obtient $c = c'$.

Lorsque $x = 1$, on obtient $a + b + c = a' + b' + c'$ ce qui donne, puisque $c = c'$: $a + b = a' + b'$ (égalité 1).

Et lorsque $x = -1$, on obtient $a - b + c = a' - b' + c'$ ce qui donne, puisque $c = c'$: $a - b = a' - b'$ (égalité 2).

En sommant les égalités 1 et 2, on obtient $2a = 2a'$ soit $a = a'$ et en réutilisant l'égalité 1 par exemple on obtient enfin que $b = b'$.

Ce qui montre que la forme est unique.

Comme elle est unique, on l'appelle la **forme développée** du polynôme. Comme il y a trois termes, on emploie parfois le mot **trinôme** pour désigner un polynôme du second degré. a , b et c sont les **coefficients** du polynôme : ils seront notés ainsi dans toute la suite de ce cours ([Petite blague pas très drôle](#)).

Exemple 1. Reconnaître les fonctions polynômes du second degré : $f : x \mapsto (x - 1)^2 - x^2$, $g : x \mapsto (1 - x)^2 + x^2$ et $h : x \mapsto 2x(x - 1)^2 + 4x^2$.

Solution. $f(x) = x^2 - 2x + 1 - x^2 = -2x + 1$ donc f est une fonction polynôme du 1^{er} degré, une fonction affine.

$g(x) = 1 - 2x + x^2 + x^2 = 2x^2 - 2x + 1$ donc g est une fonction polynôme du second degré ($a = 2$, $b = -2$ et $c = 1$).

$h(x) = 2x(x^2 - 2x + 1) + 4x^2 = 2x^3 - 4x^2 + 2x + 4x^2 = 2x^3 + 2x$ donc h est une fonction polynôme du 3^e degré.

II. RACINES ET FACTORISATION D'UN POLYNÔME

Définition 2. Soit f une fonction polynôme du second degré.

On appelle **racine** du polynôme f toute solution de l'équation $f(x) = 0$.

Si elles existent, les racines d'un polynôme sont donc les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative du polynôme avec l'axe des abscisses.

Exemple 2. Montrer que 2 est une racine de la fonction polynôme du second degré définie par : $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$.

Solution. $f(2) = 2 \times 2^2 - 7 \times 2 + 6 = 8 - 14 + 6 = 0$ donc 2 est une racine du polynôme du second degré f .

Théorème 2. Soit f une fonction polynôme du second degré.

Si le polynôme f possède une racine x_1 alors il existe un réel x_2 (pas nécessairement différent de x_1) tel que le polynôme puisse être factorisé sous la forme :

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

et le réel x_2 est également une racine de f .

Démonstration. On prend f une fonction polynôme du second degré avec a , b et c ses coefficients : $f(x) = ax^2 + bx + c$. On suppose que f possède une racine x_1 .

Puisque $f(x_1) = 0$, on peut écrire :

$$\begin{aligned} f(x) &= f(x) - f(x_1) \quad (\text{un peu étrange, mais ça va s'éclairer}) \\ &= ax^2 + bx + c - ax_1^2 - bx_1 - c \\ &= a(x^2 - x_1^2) + b(x - x_1) \\ &= a(x - x_1)(x + x_1) + b(x - x_1) \\ &= a(x - x_1) \left((x + x_1) + \frac{b}{a} \right) \quad (\text{car } a \neq 0) \\ &= a(x - x_1) \left(x - \left(-x_1 - \frac{b}{a} \right) \right) \end{aligned}$$

On note alors $x_2 = -x_1 - \frac{b}{a}$ et on a bien :

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Comme $f(x_2) = a(x_2 - x_1)(x_2 - x_2) = 0$, x_2 est également une racine de f .

Théorème 3. Soit f une fonction polynôme du second degré. On suppose que f possède deux racines distinctes x_1 et x_2 ou une racine unique x_1 et on pose dans ce cas $x_2 = x_1$. On a alors :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{et} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Démonstration. On prend f une fonction polynôme du second degré. On suppose que f possède deux racines distinctes x_1 et x_2 ou une racine unique x_1 et on pose dans ce cas $x_2 = x_1$.

Le théorème 2 donne $f(x) = a(x - x_1)(x - x'_2)$. Comme x_2 est racine, on a $a(x_2 - x_1)(x_2 - x'_2) = 0$. Si $x_2 \neq x_1$, la règle du produit nul donne $x'_2 = x_2$. Si la racine est unique, comme x'_2 est aussi une racine d'après le théorème 2, on a $x'_2 = x_2 = x_1$. On a donc dans chaque cas :

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

On développe $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = ax^2 - a(x_1 + x_2)x + ax_1 x_2$ et comme d'après le théorème 1,

la forme développée est unique, on obtient, par identification des coefficients, $b = -a(x_1 + x_2)$ et $c = ax_1x_2$ soit :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \text{et} \quad x_1x_2 = \frac{c}{a}$$

- Certains polynômes du second degré n'admettent aucune racine comme $x^2 + 1$: puisque pour tout réel x , $x^2 \geq 0$ on a donc $x^2 + 1 \geq 1 > 0$ et donc, quel que soit le réel x , $x^2 + 1 \neq 0$.
- Certains polynômes n'admettent qu'une seule racine, comme par exemple $x^2 - 2x + 1$ car, pour tout réel x :

$$x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 = (x - 1)(x - 1)$$

La règle du produit nul dit que ce polynôme n'admet que 1 comme racine (dite alors « racine double »).

- Certains polynômes admettent deux racines, comme par exemple $x^2 + x - 6$ car, pour tout réel x , $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$ qui admet 2 et -3 comme racines.

Le théorème 4 nous dit qu'il n'y a pas d'autres cas : un polynôme du second degré admet 0, 1 ou 2 racines.

Théorème 4. Une fonction polynôme du second degré admet **au maximum deux racines**.

Démonstration. C'est évident dans le cas où un polynôme f n'admet pas de racine. Maintenant, soit f un polynôme admettant une racine x_1 . Le théorème 2 permet d'affirmer qu'il existe un réel x_2 tel que :

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$f(x_2) = 0$ donc le nombre x_2 est une racine de f .

Si x_3 est une racine de f , alors $f(x_3) = 0$ donc $a(x_3 - x_1)(x_3 - x_2) = 0$ et ainsi, par la règle du produit nul :

$$x_3 = x_1 \quad \text{ou} \quad x_3 = x_2$$

Donc toute racine est égale à x_1 ou à x_2 : si $x_1 = x_2$, le polynôme admet une seule racine (dite « double »), et si $x_1 \neq x_2$, le polynôme admet deux racines distinctes. Il ne peut pas en avoir plus.

Si un polynôme admet une racine, ces théorèmes permettent d'obtenir sa seconde racine.

Exemple 3. Soit la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$. Calculer le produit des racines.

Solution. D'après un théorème, le produit des deux racines du polynôme du second degré f est $\frac{6}{2} = 3$.

Exemple 4. Soit la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$. Déduire des exemples précédents la seconde racine de ce polynôme.

Solution. D'après ce qui précède, le nombre 2 est une racine du polynôme du second degré f et le produit des deux racines vaut 3. En notant x_2 la seconde racine, on a :

$$2 \times x_2 = 3 \iff x_2 = 1,5$$

Vérifions : $f(1,5) = 2 \times 1,5^2 - 7 \times 1,5 + 6 = 2 \times 2,25 - 10,5 + 6 = 4,5 - 10,5 + 6 = 0$.

Théorème 5. Lorsqu'elle existe, la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$ est unique, à l'ordre de x_1 et x_2 près.

Démonstration. Supposons $a(x - x_1)(x - x_2) = a'(x - x'_1)(x - x'_2)$ pour tout réel x .

Le théorème 1 appliqué aux coefficients de x^2 donne $a = a'$.

x'_1 est une racine, donc $x'_1 = x_1$ ou $x'_1 = x_2$. Disons $x'_1 = x_1$ (si $x'_1 = x_2$, on inverse simplement l'ordre).

Le théorème 1 appliqué aux coefficients de x donne $x_1 + x_2 = x_1 + x'_2$, d'où $x'_2 = x_2$.

Définition 3. Soit f une fonction polynôme du second degré possédant deux racines x_1 et x_2 . La forme $a(x - x_1)(x - x_2)$ est appelée **la forme factorisée** du polynôme.

Par exemple, le polynôme $6x^2 - 18x + 12$ admet différentes expressions factorisées, comme $(6x - 6)(x - 2)$, $(x - 1)(6x - 12)$, $2(3x - 3)(x - 2)$ ou encore $6(x - 1)(x - 2)$ mais c'est uniquement cette dernière qu'on appellera **la forme factorisée** du polynôme $6x^2 - 18x + 12$.

Lorsque le polynôme ne possède pas de racines, on dit simplement qu'il n'est pas factorisable : la forme factorisée n'existe pas.

Exemple 5. Soit la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$. Déduire des exemples précédents la forme factorisée de ce polynôme.

Solution. D'après ce qui précède, le polynôme du second degré f admet deux racines, 2 et 1,5, et son coefficient a est 2, donc, d'après un théorème, la forme factorisée de f est :

$$f(x) = 2(x - 1,5)(x - 2)$$

Vérifions : $2(x - 1,5)(x - 2) = 2(x^2 - 2x - 1,5x + 3) = 2(x^2 - 3,5x + 3) = 2x^2 - 7x + 6$.

III. SIGNE D'UN POLYNÔME AYANT DEUX RACINES

Théorème 6. Soit f une fonction polynôme du second degré possédant deux racines distinctes x_1 et x_2 avec $x_1 < x_2$ ou une racine unique x_1 ; on pose dans ce cas $x_2 = x_1$.

- $f(x)$ est du **même signe que a à l'extérieur des racines** (c'est-à-dire sur $]-\infty ; x_1[\cup]x_2 ; +\infty[$).
- Si $x_1 \neq x_2$, $f(x)$ est de **signe opposé à a entre les racines** (c'est-à-dire sur $]x_1 ; x_2[$).

Démonstration. D'après la démonstration du théorème 3, $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$. On distingue deux cas selon le signe de a .

Si $a > 0$, on obtient le tableau suivant :

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
a	+	+	+	+
$x - x_1$	-	0	+	+
$x - x_2$	-	-	0	+
$f(x)$	+	0	-	+

Si $a < 0$, on obtient le tableau suivant :

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
a	-	-	-	-
$x - x_1$	-	0	+	+
$x - x_2$	-	-	0	+
$f(x)$	-	0	+	-

Donc, dans les deux cas, $f(x)$ est du signe de a à l'extérieur des racines et de signe opposé entre (si $x_1 = x_2$, la colonne centrale doit juste être supprimée), ce qui démontre le théorème.

Ce théorème permet de raccourcir considérablement l'étude du signe d'un polynôme du second degré.

Exemple 6. Soit la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$. Déduire des exemples précédents son signe.

Solution. D'après ce qui précède, le coefficient $a = 2$ est positif et la fonction polynôme du second degré f admet 1,5 et 2 comme racines, donc, d'après un théorème du cours, $f(x)$ est positif à l'extérieur des racines :

x	$-\infty$	1,5	2	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-	+

Objectifs : Associer les écritures d'un même polynôme et reconnaître la forme factorisée.

Matériel : Fiche « Atelier A — cartes » **Durée :** 25 minutes — sans calculatrice

Consignes

Les 12 cartes se répartissent en 4 familles de 3 cartes. Chaque carte porte un code qui sert uniquement de repère : il n'indique pas la famille. Notez vos réponses sur votre cahier. Le corrigé est à aller chercher une fois le travail terminé.

Travail à réaliser

1. Formez les 4 familles de 3 cartes portant, chacune, trois écritures d'un même polynôme du second degré : une forme développée et deux formes factorisées différentes.
2. Notez les 4 familles sur votre cahier sous la forme : A... - B... - C...
3. Pour chaque famille, justifiez par un calcul que les deux écritures factorisées donnent bien la forme développée de la famille.
4. Dans chaque famille, une seule des deux écritures factorisées est la forme factorisée du polynôme, c'est-à-dire de la forme $a(x - x_1)(x - x_2)$. Indiquez laquelle et donnez les racines correspondantes.

★ AIDES ★

1. Commencez par développer toutes les écritures factorisées : chacune doit retomber exactement sur l'une des quatre formes développées.
2. Un repère rapide pour trier sans tout développer : comparez le coefficient de x^2 (le produit des coefficients devant les x) et le terme constant (le produit des termes constants).
3. *Valeur de contrôle* : la famille contenant $4x^2 - 24x + 36$ est la seule dont la forme développée est un carré parfait. Ses deux écritures factorisées font intervenir un carré.
4. Pour la question 4 (*voir définition 3*) : dans $a(x - x_1)(x - x_2)$, le coefficient devant chaque x à l'intérieur des parenthèses vaut 1. L'écriture $(2x - 6)^2$ ne convient donc pas ; $4(x - 3)^2$ oui, avec $x_1 = x_2 = 3$.

A1

$$3x^2 + 18x + 24$$

A2

$$-x^2 + 4x - 3$$

A3

$$4x^2 - 24x + 36$$

A4

$$2x^2 - 2x - 12$$

B1

$$2(x + 2)(x - 3)$$

B2

$$4(x - 3)^2$$

B3

$$3(x + 2)(x + 4)$$

B4

$$-(x - 1)(x - 3)$$

C1

$$(1 - x)(x - 3)$$

C2

$$(x + 2)(3x + 12)$$

C3

$$(2x + 4)(x - 3)$$

C4

$$(2x - 6)^2$$

Objectifs : Reconnaître une fonction polynôme du second degré, identifier a , b et c .

Durée : 15 minutes — sans calculatrice

Consignes

On part de la case **A1** et on doit atteindre la case **D4**. On ne se déplace que vers une case voisine, horizontalement ou verticalement (jamais en diagonale), et **uniquement sur des cases portant une fonction polynôme du second degré**. Répondez sur votre cahier ; le corrigé est à aller chercher une fois le travail terminé.

A1 – départ $x(x + 3) - 18$	B1 $(1 - x)^2 + x^2$	C1 $(x - 1)^2 - x^2$	D1 $\frac{x(x - 4)}{x^2}$
A2 $2x(x - 1)^2 + 4x^2$	B2 $(2x - 1)(2x + 1)$	C2 $(x - 3)^2 - x^2 + 6x$	D2 $x^2(x - 1)$
A3 $\frac{6}{x^2} + x$	B3 $(x + 5)^2 - 10x$	C3 $\frac{x^2 - 1}{2}$	D3 $3(x - 2)(x + 4)$
A4 $5x - \frac{1}{x}$	B4 $(x + 1)^3$	C4 $\sqrt{x} + x^2$	D4 – arrivée $7 - x^2$

Questions

- Écrivez la liste des cases du chemin, de A1 à D4.
- Pour chaque case du chemin, donnez la forme développée de l'expression, puis ses coefficients a , b et c .

★ AIDES ★

1. *Voir définition 1.* Une expression n'est une fonction polynôme du second degré que si, une fois *développée et réduite*, elle s'écrit $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$. Développez systématiquement avant de décider.
2. Trois pièges à repérer sans calcul : une variable au dénominateur, une racine carrée de x , ou un x^3 qui subsiste après réduction. Aucune de ces trois expressions n'est un polynôme du second degré.
3. Attention aux simplifications : dans certaines cases, les termes en x^2 (ou en x^3) s'éliminent et il ne reste qu'une expression de degré 1 ou 0. C'est le cas de C1 et de C2.
4. *Valeur de contrôle* : le chemin comporte exactement 7 cases, dont le départ et l'arrivée. La première étape après A1 est B1.

Objectifs : Mémoriser les définitions et théorèmes, et repérer une réponse fausse.

Matériel : Un ordinateur ou un téléphone **Durée :** 15 minutes — sans calculatrice

La règle du jeu

Le jeu comporte **12 cartes**, chacune identifiée par un code (F1, F2...) inscrit au-dessus du texte, sur ses deux faces. Ces codes sont dans le désordre : impossible de situer une carte en comptant.

Deux de ces douze cartes portent une réponse fausse. À vous de les débusquer.

Ouvrir les flashcards sur **MathaCoeur**. Cet atelier peut se faire **seul** ou à **deux, en s'interrogeant mutuellement**.

1. Les 12 cartes défilent une par une, dans un ordre aléatoire. Cherchez la réponse, puis cliquez sur la carte pour la retourner, **autant de fois que vous le souhaitez**.
2. Chaque carte porte au recto un **renvoi au cours** : en cas de doute, allez vérifier avant de vous prononcer. C'est le cœur de l'atelier.
3. Prononcez-vous ensuite : « **Juste** » (la carte ne reviendra plus), « **J'hésite** » (elle repart en fin de liste), « **Carte menteuse !** » (elle est placée dans l'un des deux emplacements affichés en haut de l'écran ; une croix permet de l'en retirer).
4. Le jeu s'arrête lorsque plus aucune carte n'est à examiner **et** que les deux emplacements sont occupés.
5. L'écran vous dit alors si vos deux cartes sont les bonnes, si une seule l'est — il précise laquelle — ou si aucune ne l'est. Dans les deux derniers cas, la chasse est à refaire.
6. Le bouton **Réinitialiser**, en haut à droite, relance le jeu depuis le début à tout moment.

Pour faire valider

1. Laissez la page des flashcards **ouverte sur l'écran final**, celui qui affiche les deux cartes menteuses. Pour chacune, sachez dire **en quoi la réponse est fausse** et **quelle est la bonne réponse** : le professeur vous le demandera.
2. Rangez cette fiche.
3. Montrez votre écran au professeur, qui validera l'atelier sur la fiche de suivi.

1. Ne vous fiez pas à votre impression : une réponse fausse est écrite exactement comme une réponse juste. Le seul juge est le cours, et le renvoi figure sur chaque carte.
2. Les deux erreurs ne sont pas de même nature. L'une est **franche** : l'énoncé lui-même est faux, et une autre carte du jeu le contredit. L'autre est **subtile** : la réponse est juste, c'est l'exemple qui l'accompagne qui ne l'est pas.
3. Prenez l'habitude de **vérifier les exemples numériques** : ils se contrôlent en quelques secondes de tête. Si une carte annonce une somme de racines, calculez-la sur le polynôme donné en exemple et comparez.
4. Les deux cartes menteuses portent sur le **théorème 3** et sur le **théorème 4**. Relisez attentivement ces deux encadrés du cours, puis reprenez la chasse.

Objectifs : Vérifier qu'un nombre est racine, utiliser la somme et le produit des racines.

Matériel : Fiche « Atelier D — dominos » **Durée :** 20 minutes — sans calculatrice

Consignes

Chaque domino porte, à gauche, un **nombre** et, à droite, une **question**. On place à la suite d'un domino celui dont le nombre de gauche est la réponse à sa question. Le code (D1, D2. . .) sert uniquement de repère : il n'indique pas la place du domino. Répondez sur votre cahier ; le corrigé est à aller chercher une fois le travail terminé.

Questions

1. Reconstituez la chaîne des 12 dominos. Elle doit **se refermer sur elle-même** : la réponse à la question du dernier domino est le nombre porté par le premier.
2. Écrivez la chaîne obtenue sous forme d'une liste de codes, en partant de D4.

★ AIDES ★

1. Voir *théorème 3*. Deux formules suffisent pour presque toutes les questions : la somme des racines vaut $-\frac{b}{a}$ et leur produit vaut $\frac{c}{a}$. Repérez d'abord a , b et c pour chaque polynôme.
2. Pour trouver une seconde racine x_2 quand x_1 est connue, écrivez $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ (ou $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$) puis résolvez l'équation obtenue. Choisissez celle des deux qui donne le calcul le plus simple.
3. *Valeur de contrôle* : les 12 nombres portés par les dominos sont tous différents. Chaque réponse trouvée ne peut donc correspondre qu'à un seul domino ; si vous obtenez un nombre absent du jeu, le calcul est à revoir.
4. Un maillon pour démarrer : la question du domino **D4** a pour réponse 0, ce qui conduit au domino **D8**.

3	D1 $k(x) = -4x^2 + 12x - 9$. Calculer le produit des racines de k .	-18	D2 $f(x) = x^2 + 3x - 18$ admet 3 pour racine. Donner sa sec- onde racine .	-1	D3 $n(x) = 2x^2 - 3x - 2$ admet 2 pour racine. Donner sa sec- onde racine .	-4	D4 $f(x) = x^2 + 3x - 18$. Calculer $f(3)$.
5	D5 $m(x) = x^2 - 5x + 4$ admet 1 pour racine. Donner sa sec- onde racine .	3,5	D6 $g(x) = 2x^2 - 7x + 6$ admet 2 pour racine. Donner sa sec- onde racine .	-0,5	D7 $r(x) = x^2 + 4x + 3$. Calculer la somme des racines de r .	0	D8 $f(x) = x^2 + 3x - 18$. Calculer le produit des racines de f .
2,25	D9 $m(x) = x^2 - 5x + 4$. Calculer la somme des racines de m .	-6	D10 $g(x) = 2x^2 - 7x + 6$. Calculer la somme des racines de g .	4	D11 $n(x) = 2x^2 - 3x - 2$. Calculer le produit des racines de n .	1,5	D12 $k(x) = -4x^2 + 12x - 9$. Calculer la somme des racines de k .

Objectifs : Écrire une forme factorisée et résoudre une équation du second degré.

Durée : 20 minutes — sans calculatrice

Consignes

Traitez les trois exercices sur votre cahier. Le corrigé est à aller chercher une fois le travail terminé.

Exercices

Exercice 1. Écrire la forme factorisée de chacun des polynômes suivants.

1. f a pour coefficient $a = 2$ et pour racines -1 et 4 .
2. g a pour coefficient $a = -3$ et admet 5 comme racine double.
3. h a pour coefficient $a = 1$ et pour racines 0 et 7 .

Exercice 2. Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$.

1. Montrer que $1,5$ est une racine de f (on donne $1,5^2 = 2,25$).
2. Calculer la somme des racines de f , puis en déduire sa seconde racine.
3. Donner la forme factorisée de f .
4. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 3. Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3x^2 + 7$. Montrer que g n'admet aucune racine, puis conclure sur l'existence de sa forme factorisée.

★ AIDES ★

1. Exercice 1 (voir définition 3) — La forme factorisée s'écrit $a(x - x_1)(x - x_2)$. Attention aux signes : si une racine vaut -1 , le facteur correspondant est $(x - (-1)) = (x + 1)$. Pour une racine double, les deux facteurs sont identiques.

2. Exercice 2 (voir théorème 3) — Pour la question 1, calculez $f(1,5)$ et montrez que le résultat est nul. *Valeur de contrôle* : la somme des racines vaut 3.

3. Exercice 2, question 4 — Une fois la forme factorisée écrite, l'équation devient une équation produit nul : un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un au moins des facteurs est nul. Ici, les deux facteurs sont identiques.

4. Exercice 3 (voir définition 3) — Que peut-on dire du signe de $3x^2$ pour tout réel x ? Encadrez ensuite $g(x)$. Rappel : une forme factorisée n'existe que si le polynôme possède au moins une racine.

Objectifs : Établir un tableau de signes et résoudre une inéquation.
Durée : 25 minutes — sans calculatrice

Consignes

Voici cinq tableaux de signes rendus par des élèves. Certains sont justes, d'autres contiennent une erreur. Vous jouez le rôle du correcteur. Répondez sur votre cahier ; le corrigé est à aller chercher une fois le travail terminé.

Les cinq copies

Copie 1. $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$, de racines 1,5 et 2.

x	$-\infty$	1,5	2	$+\infty$		
$f(x)$		+	0	-	0	+

Copie 2. $g(x) = -1,5x^2 + 1,5x + 3$, de racines -1 et 2.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$		
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Copie 3. $h(x) = x^2 + 3x - 18$, de racines 3 et -6.

x	$-\infty$	3	-6	$+\infty$
$h(x)$		+ 0	- 0	+

Copie 4. $k(x) = -4x^2 + 12x - 9$, qui admet 1,5 comme racine double.

x	$-\infty$	1,5	$+\infty$
$k(x)$	-	0	+

Copie 5. $p(x) = x^2 - 4$, de racines -2 et 2.

x	$-\infty$	-2	2	$+\infty$	
$p(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Questions

1. Pour chaque copie, indiquez si le tableau est correct ou non.
2. Pour chaque copie erronée, expliquez l'erreur commise et écrivez le tableau corrigé.
3. À l'aide du tableau corrigé de la copie 2, résoudre l'inéquation $g(x) \geq 0$.

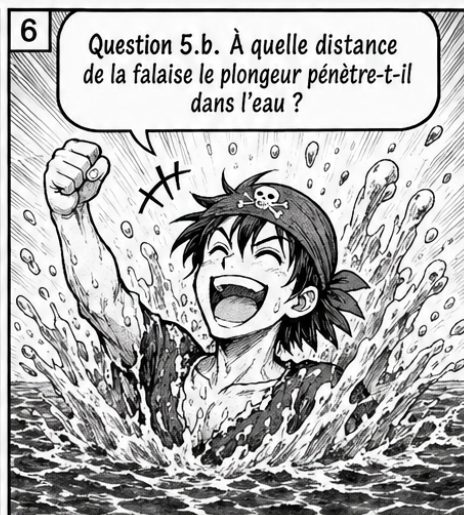
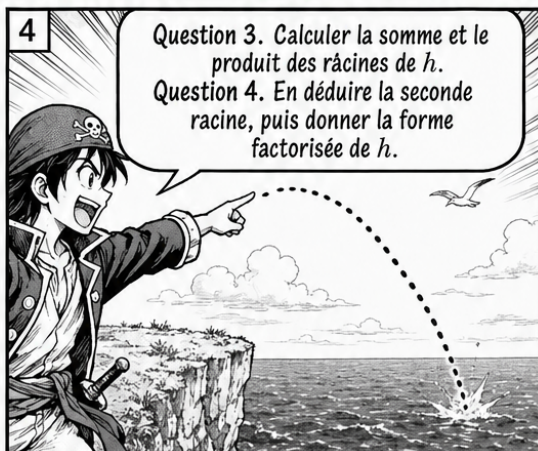
1. Avant de lire un tableau, posez-vous toujours trois questions dans cet ordre : les racines sont-elles rangées dans l'ordre croissant ? quel est le signe de a ? les racines sont-elles distinctes ?

2. Voir *théorème 6*. Le signe de $f(x)$ à l'extérieur des racines est celui de a , et le signe opposé entre les racines. Une copie qui affiche $+$ $-$ $+$ alors que a est négatif ne peut donc pas être juste.

3. Cas de la racine double : il n'y a pas d'intervalle « entre les racines ». Le polynôme garde le signe de a de part et d'autre, en s'annulant seulement au niveau de la racine. *Valeur de contrôle* : trois copies sur cinq comportent une erreur.

4. Pour la question 3, relisez la ligne de signes du tableau corrigé et retenez les intervalles où le signe convient. Attention aux bornes : $\geq$ les inclut (crochets fermés), $>$ les exclut (crochets ouverts).

★ AIDES ★



Objectifs : Mener une étude complète et l’interpréter dans une situation concrète.

Durée : 35 minutes — sans calculatrice

Consignes

Les données et les questions sont dans les bulles et les cases de la planche ci-contre : lisez-la dans l’ordre, répondez sur votre cahier. Corrigé à aller chercher une fois le travail terminé.

1. Développez et réduisez si nécessaire : sous quelle forme $ax^2 + bx + c$ l'expression de $h(x)$ s'écrit-elle ? Quels sont a , b et c ?
2. Pour montrer que -1 est une racine, calculez $h(-1)$ et montrez que le résultat est nul. Attention : $(-1)^2 = 1$.
3. Voir théorème 3. La somme des racines vaut $-\frac{a}{b}$ et leur produit $\frac{a}{c}$. Valeur de contrôle : la somme vaut 1.
4. La hauteur de la falaise correspond à la hauteur du plongeur avant tout déplacement horizontal, c'est-à-dire pour $x = 0$. L'entrée dans l'eau correspond à une hauteur nulle : cherchez la racine positive.

Objectifs : Faire le point sur le chapitre et repérer ce qui reste à retravailler.

Matériel : Un ordinateur ou un téléphone **Durée :** 20 minutes — sans calculatrice

Consignes

Ouvrir le QCM sur **MathaCoeur** : **10 questions**, toutes indépendantes.
Objectif : **9 bonnes réponses au moins**.

Pour chaque question, cherchez la réponse *sur votre cahier* avant de cliquer. **Une fois la réponse choisie, elle est verrouillée**. La correction s'affiche aussitôt, avec une explication : lisez-la même quand vous avez juste, elle donne souvent la rédaction attendue.

Le bouton « **Recommencer** » relance un questionnaire neuf : les valeurs numériques changent à chaque fois.

Cet atelier n'est pas un contrôle et n'est pas noté : **consultez votre cours aussi souvent que vous le souhaitez**. Notez le numéro des questions manquées et relisez le passage correspondant — trois thèmes reviennent : la **reconnaissance** d'un polynôme du second degré (*définition 1*), la **somme et le produit** des racines (*théorème 3*), et le **signe** d'un polynôme (*théorème 6*).

Pour faire valider

1. Laissez la page du QCM **ouverte** lorsque vous aurez obtenu au moins **9 sur 10**.

2. Rangez la fiche de consignes.

3. Montrez votre résultat au professeur, qui validera l'atelier sur la fiche de suivi.

Objectifs : Mettre un problème géométrique en équation et interpréter les solutions.

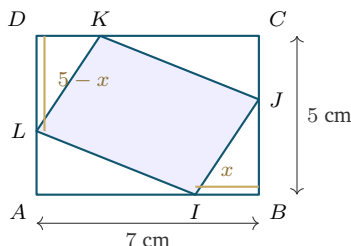
Durée : 35 minutes — sans calculatrice

Consignes

Répondez aux questions dans l'ordre, sur votre cahier. Le corrigé est à aller chercher une fois le travail terminé.

Énoncé

$ABCD$ est un rectangle d'aire égale à 35 cm^2 , de largeur 5 cm et de longueur 7 cm . Les points I , J , K et L sont situés à la même distance des sommets B , C , D et A . Cette distance, en cm , est notée x et elle est comprise entre 0 et 5 cm inclus.



1. Exprimer, en fonction de x , l'aire du triangle LDK , puis celle du triangle KCJ .
2. Montrer que l'aire $\mathcal{A}(x)$ du parallélogramme $IJKL$ est $\mathcal{A}(x) = 2x^2 - 12x + 35$.
3. On cherche les longueurs x pour lesquelles $IJKL$ a une aire de 25 cm^2 .
 - a. Montrer que le problème se ramène à l'équation $x^2 - 6x + 5 = 0$.
 - b. Déterminer une racine évidente du polynôme $x^2 - 6x + 5$, puis en déduire la seconde.
 - c. Résoudre l'équation, puis répondre au problème.

★ AIDES ★

1. Dans le triangle LDK , rectangle en D , les deux côtés de l'angle droit sont DK et DL . On a $DK = x$; que vaut DL , sachant que $AL = x$ et $AD = 5$? Procédez de même dans le triangle KCJ , rectangle en C .
2. L'aire du parallélogramme s'obtient en retirant à l'aire du rectangle celle des *quatre* triangles des coins. Les triangles opposés sont deux à deux superposables. *Valeur de contrôle* : pour $x = 1$, on doit trouver $\mathcal{A}(1) = 25$.
3. Pour la question 3.a, écrivez l'équation $\mathcal{A}(x) = 25$, ramenez tout dans le même membre, puis divisez les deux membres par 2.
4. Pour 3.b (*voir théorème 3*), testez de petites valeurs entières : 1, 2, 3... Une fois une racine trouvée, utilisez le produit des racines $(\frac{c}{a})$ pour obtenir l'autre. N'oubliez pas, à la fin, de vérifier que les solutions appartiennent bien à l'intervalle $[0 ; 5]$.

Objectifs : Découvrir Python en cherchant les racines entières d'un polynôme.

Matériel : Console sciency.co/console **Durée** : 25 minutes — sans calculatrice

Consignes

Complétez chaque étape (pointillés ____), exécutez avant de passer à la suivante. Corrigé à aller chercher.

Étapes

Étape 1 — Définir la fonction — Recopiez et exécutez.

```
def f(x):  
    return x**2 + 3*x - 18  
print(f(3))
```

Que vaut $f(3)$? Que peut-on en conclure sur le nombre 3 ?

Étape 2 — Calculer plusieurs images — Complétez pour afficher les images des entiers de -10 à 10 .

```
for x in range(-10, 11):  
    print(x, f(____))
```

Repérez dans la liste affichée les lignes où l'image est nulle.

Étape 3 — N'afficher que les racines — Complétez le test.

```
for x in range(-10, 11):  
    if f(x) == ____:  
        print(x)
```

Combien de nombres s'affichent ? Vérifiez avec le produit des racines.

Étape 4 — Changer de polynôme — Remplacez la ligne `return` par celle du polynôme $2x^2 - 3x - 2$, puis relancez le programme de l'étape 3.

```
def f(x):  
    return 2*x**2 - 3*x - ____
```

Un seul nombre s'affiche. Pourtant ce polynôme possède deux racines : calculez leur produit pour trouver celle qui manque. Pourquoi le programme ne la trouve-t-il pas ?

★ AIDES ★

- 1. Étape 1** — `def f(x)` : définit la fonction, `return` donne la valeur renvoyée. En Python, `x**2` signifie x^2 et `3*x` signifie $3x$.
- 2. Étape 2** — `range(-10, 11)` parcourt les entiers de -10 à 10 (la borne de droite est exclue). Dans `print`, il faut demander l'image de la valeur en cours de parcours.
- 3. Étape 3** (voir définition 2) — Le double signe `==` teste une égalité (le simple `=` sert à affecter une valeur). Une racine est un nombre dont l'image est nulle. *Valeur de contrôle* : le programme doit afficher -6 puis 3 .
- 4. Étape 4** — Le programme ne teste que des nombres *entiers*. Le produit des racines de $2x^2 - 3x - 2$ vaut $\frac{c}{a} = -1$: si l'une des racines est 2 , l'autre vaut $-0,5$, qui n'est pas un entier et n'est donc jamais testé par la boucle.

Les 4 familles

Famille	Développée	Factorisées
A1 – B3 – C2	$3x^2 + 18x + 24$	$3(x+2)(x+4)$ $(x+2)(3x+12)$
A2 – B4 – C1	$-x^2 + 4x - 3$	$-(x-1)(x-3)$ $(1-x)(x-3)$
A3 – B2 – C4	$4x^2 - 24x + 36$	$4(x-3)^2$ $(2x-6)^2$
A4 – B1 – C3	$2x^2 - 2x - 12$	$2(x+2)(x-3)$ $(2x+4)(x-3)$

Vérifications et forme factorisée

$$3(x+2)(x+4) = 3(x^2 + 6x + 8) = 3x^2 + 18x + 24 \quad \text{et} \quad (x+2)(3x+12) = 3x^2 + 12x + 6x + 24 = 3x^2 + 18x + 24.$$

$$-(x-1)(x-3) = -(x^2 - 4x + 3) = -x^2 + 4x - 3 \quad \text{et} \quad (1-x)(x-3) = x - 3 - x^2 + 3x = -x^2 + 4x - 3.$$

$$4(x-3)^2 = 4(x^2 - 6x + 9) = 4x^2 - 24x + 36 \quad \text{et} \quad (2x-6)^2 = 4x^2 - 24x + 36.$$

$$2(x+2)(x-3) = 2(x^2 - x - 6) = 2x^2 - 2x - 12 \quad \text{et} \quad (2x+4)(x-3) = 2x^2 - 6x + 4x - 12 = 2x^2 - 2x - 12.$$

La forme factorisée est celle du type $a(x-x_1)(x-x_2)$ (voir définition 3, unique d'après le théorème 5), soit à chaque fois la carte de la ligne B :

$$3(x+2)(x+4) ; \quad -(x-1)(x-3) ; \quad 4(x-3)^2 ; \quad 2(x+2)(x-3)$$

Racines : -2 et -4 ; 1 et 3 ; 3 (racine double) ; -2 et 3 .

Pour faire valider

1. Rangez le matériel de l'atelier : la fiche de consignes, ce corrigé et le jeu de 12 cartes (comptez-les).

2. Présentez votre fiche de suivi au professeur : il vous posera une question sur l'atelier avant de la tamponner.

1. Le chemin

A1 → B1 → B2 → B3 → C3 → D3 → D4

2. Formes développées et coefficients (voir définition 1)

Case	Forme développée	a	b	c
A1	$x(x + 3) - 18 = x^2 + 3x - 18$	1	3	-18
B1	$(1 - x)^2 + x^2 = 2x^2 - 2x + 1$	2	-2	1
B2	$(2x - 1)(2x + 1) = 4x^2 - 1$	4	0	-1
B3	$(x + 5)^2 - 10x = x^2 + 25$	1	0	25
C3	$\frac{x^2 - 1}{2} = 0,5x^2 - 0,5$	0,5	0	-0,5
D3	$3(x - 2)(x + 4) = 3x^2 + 6x - 24$	3	6	-24
D4	$7 - x^2 = -x^2 + 7$	-1	0	7

3. Les cases écartées

- C1 : $(x - 1)^2 - x^2 = -2x + 1$: degré 1 (fonction affine).
- C2 : $(x - 3)^2 - x^2 + 6x = 9$: fonction constante.
- A2 : $2x(x - 1)^2 + 4x^2 = 2x^3 + 2x$: degré 3.
- D2 : $x^2(x - 1) = x^3 - x^2$: degré 3.
- B4 : $(x + 1)^3$: degré 3.
- D1 : $\frac{x(x - 4)}{x^2}$, A3 : $\frac{6}{x^2} + x$, A4 : $5x - \frac{1}{x}$: la variable figure au dénominateur, ce ne sont pas des polynômes (et ces expressions ne sont pas définies en 0).
- C4 : $\sqrt{x} + x^2$: la présence de $\sqrt{x}$ empêche l'écriture sous la forme $ax^2 + bx + c$.

Pour faire valider

1. Rangez le matériel de l'atelier : la fiche de consignes et ce corrigé.
2. Présentez votre fiche de suivi au professeur : il vous posera une question sur l'atelier avant de la tamponner.

La chaîne (elle se referme)

D4 → D8 → D2 → D10 → D6 → D12 → D1 → D9 → D5
→ D11 → D3 → D7 → D4

Détail des calculs (voir théorème 3)

D4 $f(x) = x^2 + 3x - 18$: $f(3) = 9 + 9 - 18 = 0$ (donc 3 est bien une racine de f).

D8 produit des racines de f : $\frac{c}{a} = \frac{-18}{1} = -18$.

D2 seconde racine de f : $3 \times x_2 = -18$ donc $x_2 = -6$.

D10 somme des racines de $g(x) = 2x^2 - 7x + 6$: $-\frac{b}{a} = \frac{7}{2} = 3,5$.

D6 seconde racine de g : $2 + x_2 = 3,5$ donc $x_2 = 1,5$.

D12 somme des racines de $k(x) = -4x^2 + 12x - 9$: $-\frac{12}{-4} = 3$.

D1 produit des racines de k : $\frac{-9}{-4} = 2,25$.

D9 somme des racines de $m(x) = x^2 - 5x + 4$: $-\frac{-5}{1} = 5$.

D5 seconde racine de m : $1 + x_2 = 5$ donc $x_2 = 4$.

D11 produit des racines de $n(x) = 2x^2 - 3x - 2$: $\frac{-2}{2} = -1$.

D3 seconde racine de n : $2 \times x_2 = -1$ donc $x_2 = -0,5$.

D7 somme des racines de $r(x) = x^2 + 4x + 3$: $-\frac{4}{1} = -4$, qui est le nombre du domino

D4 : la chaîne est bouclée.

4. La racine double

Il s'agit de $k(x) = -4x^2 + 12x - 9$: la somme de ses racines vaut 3 et leur produit 2,25. Or $1,5 + 1,5 = 3$ et $1,5 \times 1,5 = 2,25$: les deux racines sont égales à 1,5. On a d'ailleurs $k(x) = -4(x - 1,5)^2$.

Pour faire valider

1. Rangez le matériel de l'atelier : la fiche de consignes, ce corrigé et le jeu de 12 dominos (comptez-les).

2. Présentez votre fiche de suivi au professeur : il vous posera une question sur l'atelier avant de la tamponner.

Exercice 1

1. $f(x) = 2(x+1)(x-4)$ 2. $g(x) = -3(x-5)^2$ 3. $h(x) = x(x-7)$

Exercice 2 : $f(x) = -4x^2 + 12x - 9$

1. $f(1,5) = -4 \times 2,25 + 12 \times 1,5 - 9 = -9 + 18 - 9 = 0$: 1,5 est bien une racine de f .

2. Somme des racines (théorème 3) : $-\frac{b}{a} = -\frac{12}{-4} = 3$. Donc $1,5 + x_2 = 3$, d'où $x_2 = 1,5$. La seconde racine est égale à la première : 1,5 est une **racine double**.

3. $f(x) = -4(x-1,5)^2$ Vérification : $-4(x^2 - 3x + 2,25) = -4x^2 + 12x - 9$.

4. $f(x) = 0 \iff -4(x-1,5)^2 = 0 \iff x = 1,5$. $\mathcal{S} = \{1,5\}$.

Exercice 3 : $g(x) = 3x^2 + 7$

Pour tout réel x , $x^2 \geq 0$, donc $3x^2 \geq 0$ et $g(x) = 3x^2 + 7 \geq 7 > 0$.

Ainsi $g(x)$ n'est jamais nul : g n'admet **aucune racine** (définition 2). Le polynôme n'est donc pas factorisable, sa forme factorisée n'existe pas.

Pour faire valider

1. Rangez le matériel de l'atelier : la fiche de consignes et ce corrigé.

2. Présentez votre **fiche de suivi** au professeur : il vous posera une question sur l'atelier avant de la tamponner.

1 et 2. Diagnostic (voir théorème 6)

Copie 1 — correcte. $a = 2 > 0$: signe de a à l'extérieur des racines, signe opposé entre elles.

Copie 2 — erronée : le signe de a a été oublié. Ici $a = -1,5 < 0$, donc $g(x)$ est négatif à l'extérieur des racines et positif entre elles.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
$g(x)$		$-$	$+$	$-$

Copie 3 — erronée : les racines ne sont pas rangées dans l'ordre croissant ($-6 < 3$). Les signes, eux, sont corrects une fois les racines remises en ordre ($a = 1 > 0$).

x	$-\infty$	-6	3	$+\infty$
$h(x)$		$+$	$-$	$+$

Copie 4 — erronée : $1,5$ est une racine double, il n'y a donc pas d'intervalle situé entre deux racines. Avec $a = -4 < 0$, $k(x)$ est négatif de part et d'autre de $1,5$, où il s'annule.

x	$-\infty$	$1,5$	$+\infty$
$k(x)$		$-$	$-$

On a en effet $k(x) = -4(x - 1,5)^2$.

Copie 5 — correcte. $a = 1 > 0$, racines -2 et 2 bien ordonnées.

3 et 4. Inéquations

3. $g(x) \geq 0$ sur l'intervalle situé entre les racines, bornes comprises car $g(-1) = g(2) = 0$:

$$\mathcal{S} = [-1; 2]$$

4. $k(x) < 0$ partout sauf en $1,5$, où $k(x) = 0$:

$$\mathcal{S} =]-\infty; 1,5[\cup]1,5; +\infty[$$

Pour faire valider

1. Rangez le matériel de l'atelier : la fiche de consignes et ce corrigé.
2. Présentez votre **fiche de suivi** au professeur : il vous posera une question sur l'atelier avant de la tamponner.

Corrigé

1. $h(x) = -1,5x^2 + 1,5x + 3$ est une **fonction polynôme du second degré** (définition 1), de coefficients $a = -1,5$, $b = 1,5$ et $c = 3$ (avec $a \neq 0$).

2. $h(-1) = -1,5 \times (-1)^2 + 1,5 \times (-1) + 3 = -1,5 - 1,5 + 3 = 0$.
Donc -1 est bien une racine de h .

3. Somme des racines (théorème 3) : $-\frac{b}{a} = -\frac{1,5}{-1,5} = 1$. Produit des racines
: $\frac{c}{a} = \frac{3}{-1,5} = -2$.

4. En notant x_2 la seconde racine : $-1 + x_2 = 1$, donc $x_2 = 2$.
(Vérification par le produit : $-1 \times 2 = -2$.)

La forme factorisée est donc :

$$h(x) = -1,5(x+1)(x-2)$$

Vérification : $-1,5(x^2 - x - 2) = -1,5x^2 + 1,5x + 3$.

5.a. Au sommet de la falaise, $x = 0$: $h(0) = 3$. **La falaise mesure 3 mètres de haut.**

5.b. Le plongeur entre dans l'eau lorsque sa hauteur est nulle, soit $h(x) = 0$ avec $x \geq 0$. Les racines de h sont -1 et 2 ; seule 2 est positive.

Le plongeur pénètre dans l'eau à 2 mètres de la falaise.

Pour faire valider

1. **Rangez le matériel de l'atelier** : la planche, la fiche de consignes et ce corrigé.
2. Présentez votre **fiche de suivi** au professeur : il vous posera une question sur l'atelier avant de la tamponner.

Corrigé

1. Le triangle LDK est rectangle en D , avec $DK = x$ et $DL = AD - AL = 5 - x$:

$$\text{aire}(LDK) = \frac{x(5-x)}{2}$$

Le triangle KCJ est rectangle en C , avec $KC = DC - DK = 7 - x$ et $CJ = x$:

$$\text{aire}(KCJ) = \frac{x(7-x)}{2}$$

2. Les quatre triangles des coins sont superposables deux à deux (IAL à KCJ , et $JB I$ à LDK). Leur aire totale vaut donc :

$$2 \times \frac{x(5-x)}{2} + 2 \times \frac{x(7-x)}{2} = x(5-x) + x(7-x) = 5x - x^2 + 7x - x^2 = -2x^2 + 12x$$

D'où :

$$\mathcal{A}(x) = 35 - (-2x^2 + 12x) = \boxed{2x^2 - 12x + 35}$$

Vérification : $\mathcal{A}(1) = 2 - 12 + 35 = 25$.

3.a. $\mathcal{A}(x) = 25 \iff 2x^2 - 12x + 35 = 25 \iff 2x^2 - 12x + 10 = 0 \iff x^2 - 6x + 5 = 0$ (en divisant par 2).

3.b. $1^2 - 6 \times 1 + 5 = 1 - 6 + 5 = 0$: 1 est une racine évidente.

Produit des racines (théorème 3) : $\frac{c}{a} = \frac{5}{1} = 5$. Donc $1 \times x_2 = 5$, d'où $x_2 = 5$.

3.c. $x^2 - 6x + 5 = (x-1)(x-5)$, donc l'équation équivaut à $x-1 = 0$ ou $x-5 = 0$: $S = \{1; 5\}$.

Les deux valeurs appartiennent à l'intervalle $[0; 5]$: **il y a deux solutions au problème**, $x = 1$ cm et $x = 5$ cm.

Les deux figures sont à construire. Pour $x = 1$, les quatre coins découpés sont de petits triangles. Pour $x = 5$, les points J et L viennent respectivement en B et en D : $IJKL$ reste un parallélogramme, de côté $IJ = IB = 5$ et de hauteur 5, donc bien d'aire 25 cm^2 .

Pour faire valider

1. Rangez le matériel de l'atelier : la fiche de consignes et ce corrigé.

2. Présentez votre **fiche de suivi** au professeur : il vous posera une question sur l'atelier avant de la tamponner.

Corrigé

Étape 1

Le programme affiche 0. Comme $f(3) = 0$, le nombre 3 est une **racine** du polynôme.

Étape 2

```
for x in range(-10, 11):  
    print(x, f(x))
```

Deux lignes affichent une image nulle : -6 0 et 3 0.

Étape 3

```
for x in range(-10, 11):  
    if f(x) == 0:  
        print(x)
```

Le programme affiche -6 puis 3 : deux nombres. Vérification par le produit des racines (*théorème 3*) : $\frac{c}{a} = \frac{-18}{1} = -18$, et $-6 \times 3 = -18$.

Étape 4

```
def f(x):  
    return 2*x**2 - 3*x - 2
```

Le programme n'affiche que 2. Le produit des racines vaut $\frac{-2}{2} = -1$, donc la seconde racine x_2 vérifie $2 \times x_2 = -1$, soit $x_2 = -0,5$.

La boucle ne teste que les nombres **entiers** de -10 à 10 : -0,5 n'en fait pas partie, le programme ne peut donc pas la trouver. Ce type de programme ne repère que les racines entières.

Pour faire valider

1. **Rangez le matériel de l'atelier** : la fiche de consignes et ce corrigé, et fermez la console Python.
2. Présentez votre **fiche de suivi** au professeur : il vous posera une question sur l'atelier avant de la tamponner.