ATELIER B

Du tableau à l'arbre

Objectifs : Calculer des probabilités à partir d'un tableau croisé d'effectifs, puis construire les deux arbres pondérés de la situation.
Durée : 30 minutes — sans calculatrice

Consignes

Traitez les six questions dans l'ordre, sur votre cahier, en donnant des fractions irréductibles. Les aides sont sur la page suivante.

Énoncé

Une médiathèque a noté, pour chacun de ses 150 abonnés, s'il a moins de 18 ans et s'il a emprunté au moins un livre numérique cette année.

	N	$\overline{N}$	Total
J	45	15	60
$\overline{J}$	60	30	90
Total	105	45	150

On choisit un abonné au hasard, chacun ayant la même probabilité d'être choisi. On note J : « l'abonné a moins de 18 ans » et N : « l'abonné a emprunté au moins un livre numérique ».

1. Calculer $p(J)$ et $p(N)$.

2. Calculer $p(J \cap N)$.

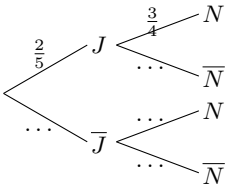
3. Calculer $p_J(N)$, puis $p_N(J)$. Interpréter chacun de ces deux résultats par une phrase.

4. Reproduire et compléter l'arbre 1 : deux probabilités y sont déjà reportées, mais les six branches doivent toutes en porter une.

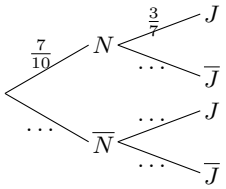
5. Reproduire et compléter l'arbre 2 de la même façon.

6. Sur chaque arbre, vérifier que deux branches issues d'un même nœud ont pour somme 1, puis retrouver $p(J \cap N)$ à l'aide de chacun des deux arbres.

Arbre 1



Arbre 2



★ AIDES ★

1. Une probabilité se lit ici comme « effectif de l'événement divisé par l'effectif total », c'est-à-dire par 150. Les effectifs cherchés sont dans la colonne « Total » et dans la ligne « Total ». *Valeur de contrôle* : $p(J) = \frac{2}{5}$.

2. L'événement $J \cap N$ est réalisé par les abonnés qui ont *à la fois* moins de 18 ans *et* un emprunt numérique : leur effectif occupe une seule case du tableau.

3. *Voir la définition et l'exemple 1.* Pour $p_J(N)$, on sait déjà que l'abonné a moins de 18 ans : on ne regarde plus que la ligne J, dont le total devient le dénominateur. Pour $p_N(J)$, on ne regarde que la colonne N. *Valeur de contrôle* : $p_J(N) = \frac{3}{4}$.

4. *Voir l'exemple 3.* Les deux branches du premier niveau portent $p(J)$ et $p(\overline{J})$: la première est déjà reportée, la seconde vient aussi de la question 1. Les quatre branches du second niveau sont des probabilités conditionnelles, lues sur la ligne J pour les deux premières, sur la ligne $\overline{J}$ pour les deux autres. *Valeur de contrôle* : la branche allant de $\overline{J}$ vers N porte $\frac{2}{3}$.

5. *Voir l'exemple 4.* Même méthode, mais on part cette fois de la colonne N, puis de la colonne $\overline{N}$. *Valeur de contrôle* : la branche allant de $\overline{N}$ vers J porte $\frac{1}{3}$.

6. *Voir la règle de la somme et la règle du produit.* Pour la somme, additionnez les deux fractions issues d'un même nœud. Pour retrouver $p(J \cap N)$, repérez dans chaque arbre le chemin qui réalise $J \cap N$ et multipliez les probabilités rencontrées le long de ce chemin : les deux arbres n'utilisent pas les mêmes nombres, mais doivent redonner la réponse de la question 2.