

Le diaporama

Partie 1 : la présentation. Partie 2 : le récapitulatif.

[Partie 1](#)

[Partie 2](#)

La vérification

QCM en deux parties. Ni noté, ni chronométré.

[Partie 1](#)

[Partie 2](#)

Les ateliers en ligne *Les autres ateliers sont distribués en classe.*

[Atelier A — Flashcards menteuses](#)

[Atelier G — Auto-évaluation](#)

Les pastilles [bleues](#) restent dans ce document, les [dorées](#) ouvrent un fichier en ligne. Le bandeau de titre de chaque page ramène ici.

Chapitre 102

PROBABILITÉS CONDITIONNELLES ET ARBRES PONDÉRÉS

« Quand je suis curieux d'une chose, mathématique ou autre, je l'interroge. Je l'interroge, sans me soucier si ma question est peut-être stupide ou si elle va paraître telle, sans qu'elle soit à tout prix mûrement pesée. »

Alexandre Grothendieck

I. Définition

Définition

Soient A et B deux événements tels que $p(A) \neq 0$.

La probabilité conditionnelle de l'événement B sachant que l'événement A est réalisé est notée $p_A(B)$ et est donnée par :

$$p_A(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

On dira en abrégé « p de B sachant A » pour $p_A(B)$.

Théorème

Soient A et B deux événements.

$$p(A \cap B) = p_A(B) \times p(A)$$

Exemple 1

Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus. On dispose d'un test de dépistage de ce virus. La probabilité qu'une personne ait un test positif sachant qu'elle est contaminée est de 0,99 (pour les futurs soignants, on appelle cette probabilité la *sensibilité* du test). La probabilité qu'une personne qui n'est pas contaminée ait un test négatif est de 0,97 (cette probabilité étant appelée *spécificité* du test). On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population. On note C l'événement « la personne est contaminée par le virus » et P l'événement « le test est positif ».

Quelle est la valeur de $p_C(P)$?

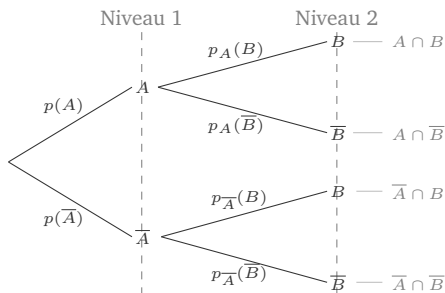
Exemple 2

Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus. On dispose d'un test de dépistage de ce virus. La probabilité qu'une personne ait un test positif sachant qu'elle est contaminée est de 0,99 (pour les futurs soignants, on appelle cette probabilité la *sensibilité* du test). La probabilité qu'une personne qui n'est pas contaminée ait un test négatif est de 0,97 (cette probabilité étant appelée *spécificité* du test). On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population. On note C l'événement « la personne est contaminée par le virus » et P l'événement « le test est positif ».

Calculer la probabilité de l'événement $C \cap P$ et interpréter celle-ci.

II. Arbres pondérés

Arbre pondéré à deux **niveaux** et deux **branches** à chaque **nœud**



Règle de la somme

La somme des probabilités inscrites sur les branches partant d'un même nœud est égale à 1.

Exemple 3

Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus. On dispose d'un test de dépistage de ce virus. La probabilité qu'une personne ait un test positif sachant qu'elle est contaminée est de 0,99 (pour les futurs soignants, on appelle cette probabilité la *sensibilité* du test). La probabilité qu'une personne qui n'est pas contaminée ait un test négatif est de 0,97 (cette probabilité étant appelée *spécificité* du test). On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population. On note C l'événement « la personne est contaminée par le virus » et P l'événement « le test est positif ».

Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités complet.

Règle du produit

La probabilité de l'intersection des événements rencontrés le long d'un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées le long du chemin.

Il s'agit tout simplement du théorème du début : $p(A \cap B) = p_A(B) \times p(A)$.

Exemple 4

On admet que la probabilité que le test soit positif est 0,0492. Déterminer la probabilité $p_P(C)$ qu'une personne soit contaminée sachant que son test est positif. Arrondir à 10^{-4} .

Vérification

Partie 1 — le cours qui vient d'être présenté

→ Ouvrir le QCM de vérification

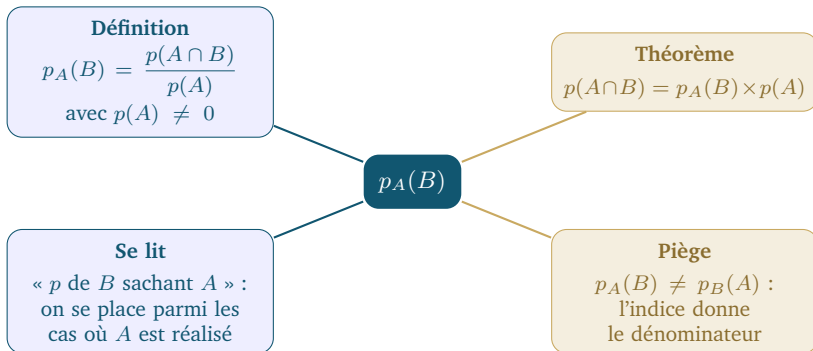
La définition et le théorème, en quatre questions.

Chapitre 102

L'essentiel en deux cartes

Seconde partie — rebalayage avant les ateliers

I. Définition — l'essentiel

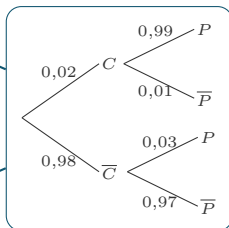


Toute probabilité conditionnelle vérifie $0 \leq p_A(B) \leq 1$.

II. Arbres pondérés — l'essentiel

Règle de la somme
branches d'un même
nœud : somme = 1

Chemin
suite de branches
; ici 2 niveaux
⇒ 4 chemins



Règle du produit
le long d'un chemin
: on multiplie

Arbre inverse
 $p_P(C)$ n'est pas
sur l'arbre : re-
tour à la définition

Une probabilité supérieure à 1 signale toujours une erreur.

Vérification

Partie 2 — les exemples du cours

→ Ouvrir le QCM de vérification

Les quatre exemples du cours, repris avec d'autres valeurs et d'autres cas.