TRIGONOMÉTRIE

I. LE RADIAN

II. LE COSINUS ET LE SINUS D'UN RÉEL

Partie 1

Découvrir le cours

« Réfléchissez, pensez, utilisez votre tête. Ne répétez pas des formules apprises par cœur »
Gert Martin Greuel

TRIGONOMÉTRIE

I. LE RADIAN

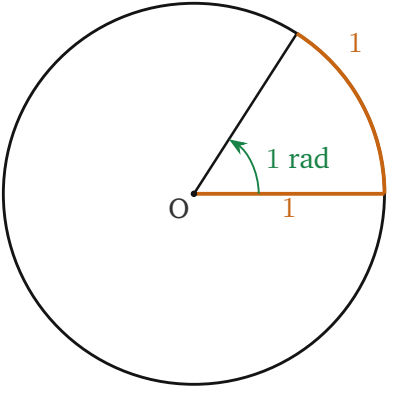
Définition 1

Dans un repère orthonormé d'origine O, le **cercle trigonométrique** est le cercle de centre O et de rayon 1.

Le radian est l'unité de mesure des angles du système international d'unités (SI).

Définition 2

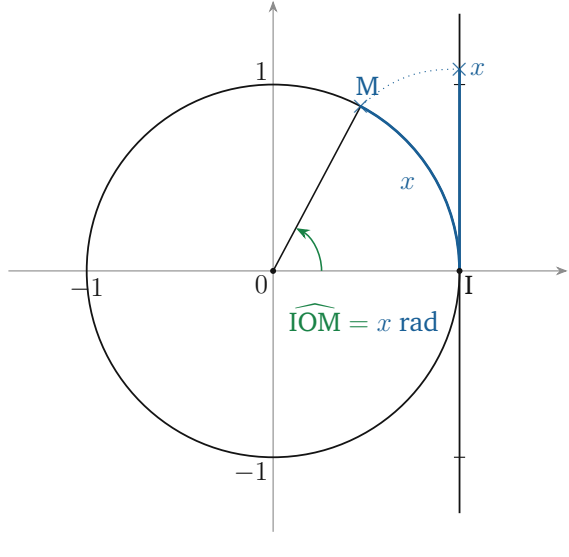
Le **radian**, noté rad, est la mesure d'un angle qui intercepte sur le cercle trigonométrique un arc de longueur 1.



Animation

Définition 3

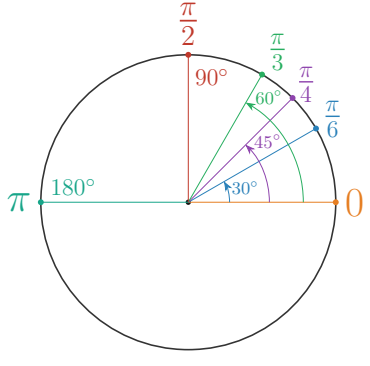
On appelle **mesure en radian** de l'angle $\widehat{\text{IOM}}$ tout nombre réel x associé au point M.



Théorème 1

$$360° = 2\pi \text{ rad} \qquad 180° = \pi \text{ rad} \qquad 90° = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

Mesure en degré	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$
Mesure en radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π



Exemple 1

Marquer le point M correspondant à $\frac{3\pi}{4}$ sur le cercle trigonométrique et le point N correspondant à $-\frac{\pi}{3}$.

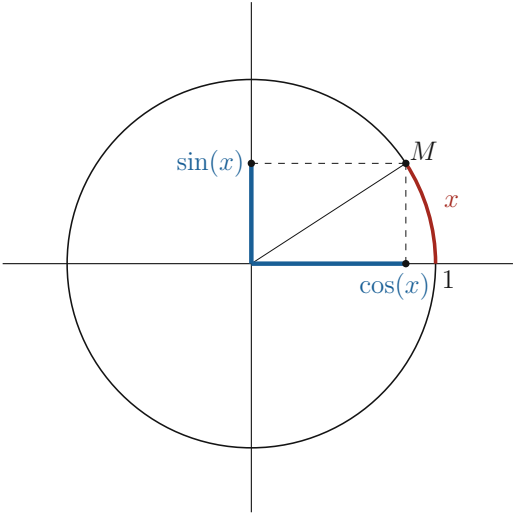
II. LE COSINUS ET LE SINUS D'UN RÉEL

Définition 4

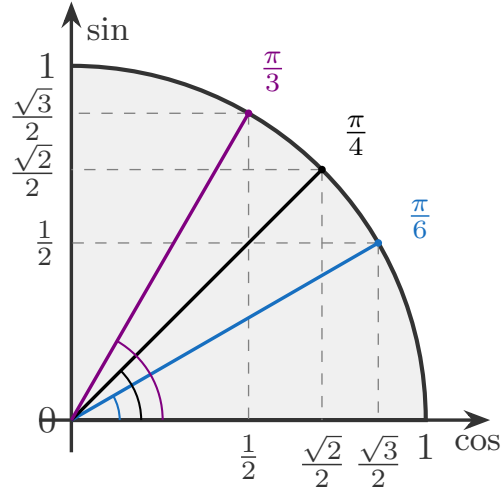
Soient x un réel et $\mathrm{M}(x_\mathrm{M}\,;y_\mathrm{M})$ le point du cercle trigonométrique associé à x.

On appelle **cosinus de** x l'abscisse de M et **sinus de** x l'ordonnée de M.

$$\cos(x) = x_\mathrm{M} \quad \text{et} \quad \sin(x) = y_\mathrm{M}$$

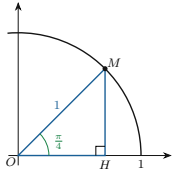


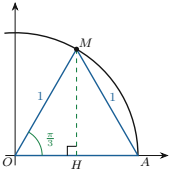
x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1



x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\cos(x)$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\sin(x)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

Démonstration. Si $x = \frac{\pi}{4}$ $(45°)$, le triangle rectangle OHM est isocèle en H et le théorème de Pythagore donne : $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$. Si $x = \frac{\pi}{3}$ $(60°)$, le triangle OAM est équilatéral donc H est le milieu de [OA], ce qui donne $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$. En appliquant ensuite le théorème de Pythagore dans OMH, on obtient $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

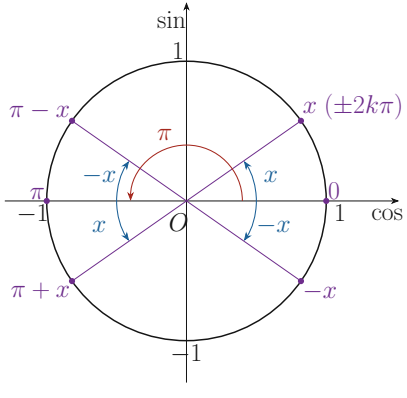




Théorème 2

Pour tout réel x et tout entier relatif k :

$\cos(x + k \times 2\pi) = \cos(x)$	$\sin(x + k \times 2\pi) = \sin(x)$
$\cos(-x) = \cos(x)$	$\sin(-x) = -\sin(x)$
$\cos(\pi - x) = -\cos(x)$	$\sin(\pi - x) = \sin(x)$
$\cos(\pi + x) = -\cos(x)$	$\sin(\pi + x) = -\sin(x)$



Exemple 2

Par lecture du cercle trigonométrique, donner $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ et $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

Exemple 3

Par lecture du cercle trigonométrique, donner $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

Vérification

Partie 1 — juste après le cours

→ Vérification de la partie 1

Les définitions et les théorèmes qui viennent d'être présentés.

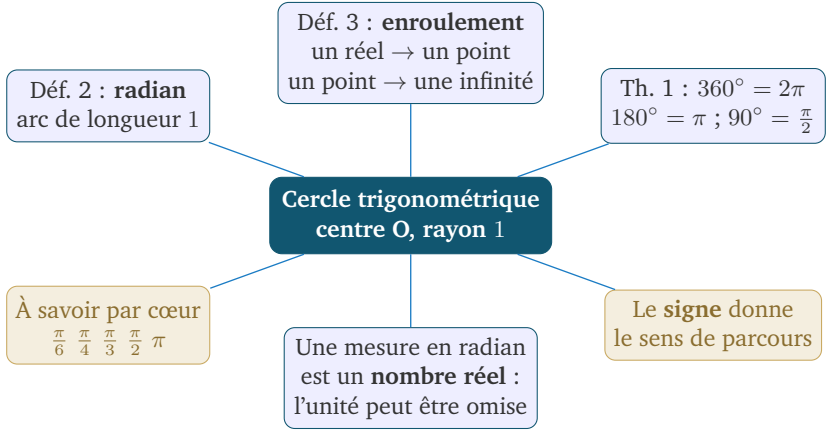
Partie 2

Revoir le cours

Une diapositive par section, pour balayer l'essentiel en quelques minutes.

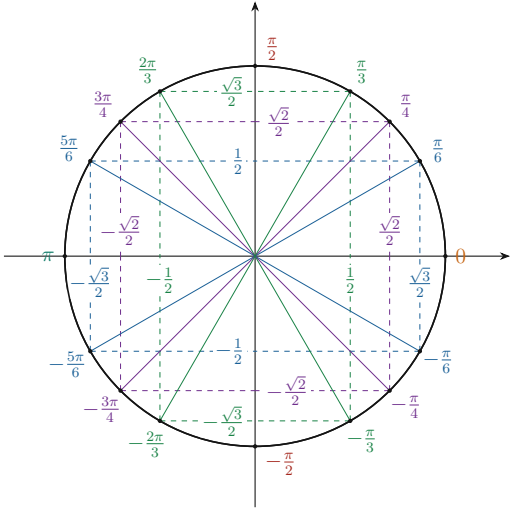
I. LE RADIAN

en une diapositive



II. LE COSINUS ET LE SINUS

en une diapositive



Déf. 4 — où lire quoi

$\cos(x)$ se lit sur l'axe **horizontal** (abscisse de M).
$\sin(x)$ se lit sur l'axe **vertical** (ordonnée de M).

Th. 2 — quatre symétries

$+k \times 2\pi$	même point : rien ne change
$-x$	axe $(\mathrm{O}x)$: sin change de signe
$\pi - x$	axe $(\mathrm{O}y)$: cos change de signe
$\pi + x$	centre O : les *deux* changent

Le cosinus et le sinus ne s'échangent jamais : seul le **signe** peut changer. Il se lit sur la figure.

Vérification

Partie 2 — les exemples du cours

→ Vérification de la partie 2

Les trois exemples du cours, repris avec d'autres valeurs et d'autres cas.

Les ateliers en ligne

Atelier E — Flashcards | Atelier F — Archimède | Atelier G — QCM