ATELIER E

Avant de dériver

Objectifs : Réactiver les puissances, les fractions et les développements.
Durée : 25 minutes — sans calculatrice

Consignes

Traitez les étapes dans l'ordre sur votre cahier, puis allez chercher le corrigé. Les aides sont sur la page suivante.

1. Les puissances

Rappel : pour $x \neq 0$ et n, p entiers, $x^n \times x^p = x^{n+p}$, $\dfrac{x^n}{x^p} = x^{n-p}$ *et* $x^{-n} = \dfrac{1}{x^n}$.

a. Écrire sous la forme x^n : $\quad x^2 \times x^5 \qquad \dfrac{x^6}{x^2} \qquad \dfrac{1}{x^4}$.

b. La formule $(x^n)' = n\,x^{n-1}$ reste vraie pour un exposant négatif. Dériver $f(x) = \dfrac{1}{x^4}$ en l'écrivant x^{-4}, puis contrôler avec la dernière ligne du théorème 1.

c. De même, dériver $g(x) = \dfrac{5}{x^2}$ en l'écrivant $5x^{-2}$.

2. Un seul quotient

Rappel : $a - \dfrac{b}{c} = \dfrac{a \times c}{c} - \dfrac{b}{c} = \dfrac{a\,c - b}{c}$.

a. Écrire sous la forme d'un seul quotient : $\quad 3 + \dfrac{2}{x} \qquad 1 - \dfrac{9}{x^2}$.

b. Soit $f(x) = x + \dfrac{9}{x}$ sur $]0\,;+\infty[$. Dériver f, écrire $f'(x)$ sous la forme d'un seul quotient, puis factoriser son numérateur.

3. Développer après la formule

Rappel : $k(a+b) = ka + kb$ et $-(a+b) = -a - b$: un moins devant une parenthèse change tous les signes.

a. Développer et réduire :

$$A = 2(3x-1) + (2x+5) \times 3$$
$$B = 2x(x-3) + x^2 \times 1$$
$$C = 3(x+2) - (3x-1) \times 1$$

b. A et B sont les dérivées de deux des fonctions ci-dessous, C le numérateur de la dérivée de la troisième. Associer.

$$f_1(x) = x^2(x-3) \qquad f_2(x) = \frac{3x-1}{x+2} \qquad f_3(x) = (2x+5)(3x-1)$$

✦ AIDES ✦

1. a. On additionne les exposants pour un produit, on les soustrait pour un quotient. *Contrôle* : $\frac{x^6}{x^2} = x^4$.

b. Avec $n = -4$, l'exposant devient $n - 1 = -5$. Le théorème 1 donne $-\frac{n}{x^{n+1}}$ pour $\frac{1}{x^n}$: ici $n = 4$.

c. *Voir le théorème 2* (produit par une constante) : $5 \times (-2) = -10$.

2. a. $3 = \frac{3x}{x}$ et $1 = \frac{x^2}{x^2}$.

b. *Voir le théorème 1* : la dérivée de $\frac{1}{x}$ est $-\frac{1}{x^2}$. *Contrôle* : $f'(x) = 1 - \frac{9}{x^2}$.
Pour factoriser, penser à $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

3. a. *Contrôles* : $A = 12x + 13$; B a pour terme constant 0 ; dans C, $-(3x-1) = -3x + 1$.

b. *Voir les exemples 3 et 4.* Pour chaque fonction, nommez n et v, calculez u' et v', puis comparez avec l'écriture de A, B et C avant développement.