1 à 3. Le coût marginal

1. $C(20) = 0{,}1 \times 400 + 2 \times 20 + 40 = 40 + 40 + 40 = 120$ et $C(21) = 0{,}1 \times 441 + 2 \times 21 + 40 = 44{,}1 + 42 + 40 = 126{,}1$.
Donc la 21e caisse coûte $C(21) - C(20) = 126{,}1 - 120 = 6{,}1$, soit **6,10 livres**.

2. On dérive terme à terme *(théorèmes 1 et 2)* : $C'(q) = 0{,}1 \times 2q + 2 \times 1 + 0 = 0{,}2q + 2$. $C'(20) = 0{,}2 \times 20 + 2 = 6$: le coût marginal (6 livres) est très proche du coût réel de la 21e caisse (6,10 livres), pour un calcul bien plus court.

3. $C'(q) < 7 \iff 0{,}2q + 2 < 7 \iff 0{,}2q < 5 \iff q < 25$.
Pour $q = 20$, le coût marginal (6 livres) est inférieur au prix de vente (7 livres) : la 21e caisse rapporte plus qu'elle ne coûte. **Miss Whitlock a intérêt à la préparer.**

4 et 5. Le coût moyen *(théorème 2, quotient)*

4. $M = \frac{u}{v}$ avec $u(q) = 0{,}1q^2 + 2q + 40$ et $v(q) = q$, donc $u'(q) = 0{,}2q + 2$ et $v'(q) = 1$. Pour $q > 0$:

$$M'(q) = \frac{(0{,}2q + 2) \times q - (0{,}1q^2 + 2q + 40) \times 1}{q^2} = \frac{0{,}2q^2 + 2q - 0{,}1q^2 - 2q - 40}{q^2}$$
$$= \frac{0{,}1q^2 - 40}{q^2} = \frac{0{,}1q^2}{q^2} - \frac{40}{q^2} = 0{,}1 - \frac{40}{q^2}.$$

Autre méthode : on écrit $M(q) = 0{,}1q + 2 + 40 \times \frac{1}{q}$, puis on dérive terme à terme.

5. $M'(20) = 0{,}1 - \frac{40}{400} = 0{,}1 - 0{,}1 = 0$.
Le coefficient directeur de la tangente à la courbe de M au point d'abscisse 20 est nul : **cette tangente est horizontale**.

Pour faire valider

1. Gardez sur la table la planche et ce corrigé, et votre cahier ouvert à la page de l'atelier.

2. Présentez votre **fiche de suivi** au professeur : il vous posera une question sur l'atelier avant de la tamponner.

3. Une fois l'atelier validé, **rangez le matériel**.