ATELIER D

Copies au crible

Objectifs : Repérer, expliquer et corriger les erreurs sur le signe d'un polynôme.
Durée : 20 minutes — sans calculatrice

Consignes

Voici quatre copies d'élèves : vous êtes le correcteur. Répondez sur votre cahier, puis allez chercher le corrigé. Les aides sont en bas de la page suivante.

Travail à réaliser

1. Pour chaque copie, indiquez si elle est juste ou non.

2. Pour chaque copie erronée, expliquez l'erreur et rédigez la réponse correcte, tableau de signes compris.

3. Copie 2 : résolvez aussi l'inéquation $-2x^2 + 4x + 6 \leqslant 0$.

Copie 1 — Un signe sans racine

Dresser le tableau de signes de $P(x) = x^2 + 2x + 3$.

> $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 3 = 4 - 12 = -8$. *Comme* $\Delta < 0$, P *n'a pas de racine et* $P(x)$ *est négatif sur* $\mathbb{R}$ *:*

x	$-\infty$	$+\infty$
$P(x)$	$-$	

Copie 2 — Une inéquation

Sur quel ensemble le polynôme $-2x^2 + 4x + 6$ est-il strictement positif ?

> $\Delta = 4^2 - 4 \times (-2) \times 6 = 16 + 48 = 64$ *; les racines sont* $\frac{-4+8}{-4} = -1$ *et* $\frac{-4-8}{-4} = 3$. *Un polynôme est positif à l'extérieur de ses racines, donc* $S =]-\infty\,;-1[\cup]3\,;+\infty[$.

Copie 3 — Deux courbes

Soient $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2$ et $g(x) = 3x^3 - 4x + 1$. Pour quelles valeurs de x la courbe de f est-elle au-dessus de celle de g ?

> $f(x) - g(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2 - 3x^3 + 4x - 1 = -5x^2 + 4x + 1$ *et* $\Delta = 4^2 - 4 \times (-5) \times 1 = 36$. *Racines :* $x_1 = \frac{-4-6}{10} = -1$ *et* $x_2 = \frac{-4+6}{10} = 0{,}2$. *Comme* $a = -5 < 0$, $f(x) - g(x) > 0$ *entre les racines : la courbe de* f *est au-dessus de celle de* g *sur* $]-1\,;0{,}2[$.

Copie 4 — Une racine double

Dresser le tableau de signes de $Q(x) = 2x^2 - 14x + 24{,}5$.

> $\Delta = (-14)^2 - 4 \times 2 \times 24{,}5 = 196 - 196 = 0$ *: une racine double,* $x_0 = \frac{14}{4} = 3{,}5$. *Comme* $a = 2 > 0$, $Q(x)$ *est positif sur* $\mathbb{R}$, *sauf en* $3{,}5$ *où il s'annule :*

x	$-\infty$		$3{,}5$		$+\infty$
$Q(x)$		$+$	0	$+$	

✦ AIDES ✦

1. *Voir le théorème 4 et l'exemple 4. Contrôle :* une seule copie est juste.

2. Copie 1. Quand $\Delta < 0$, de quel signe est le polynôme ? Le signe de a décide.

Copie 2. Entre les racines, le polynôme est du signe *opposé* à a ; ici $a = -2$.

Copie 3. Les racines valent $\dfrac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$: que vaut $2a$? *Contrôle :* les racines sont $-0{,}2$ et 1.

3. L'inégalité est large : les racines sont des solutions.