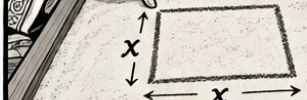
Bagdad, Maison de la Sagesse, vers 830.

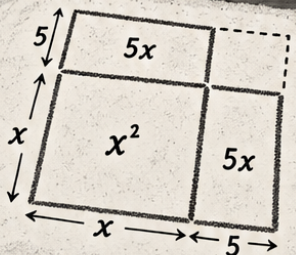
« Un carré et dix racines égalent trente-neuf dirhams »… Maître, je n'y comprends rien !

Traduction moderne : $x^2 + 10x = 39$

Dessine le carré. Son côté, c'est la racine : appelons-la x. Son aire est x^2.

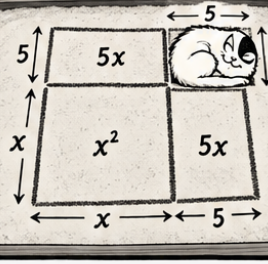


Partage les dix racines en deux : deux rectangles de 5 sur x. Toute la figure a une aire de 39.

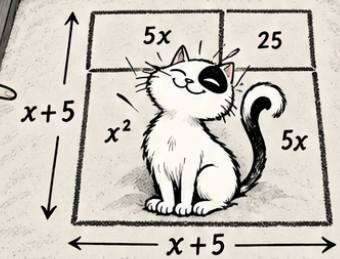


Il manque un coin !

Un carré de 5 sur 5 : 25. Complétons-le !



Le grand carré a pour aire 39 + 25 = 64. Son côté vaut donc 8.



$(x+5)^2 = 64$

Alors $x = 8 - 5 = 3$!

Al-jabr : on a complété le carré.

Objectifs : Résoudre une équation en complétant le carré.
Durée : 30 minutes — sans calculatrice

Consignes

Vers 830, à Bagdad, al-Khwârizmî écrit son traité en phrases, sans symbole. Lisez la planche au recto, case après case, répondez sur votre cahier, puis allez chercher le corrigé. Les aides sont en bas de la page.

Questions

1. Case 1 : justifier la traduction moderne $x^2 + 10x = 39$.

2. Cases 2 à 4 : quelle est l'aire de chaque rectangle ? Pourquoi toute la figure a-t-elle une aire de 39 ? Écrire l'égalité qui traduit le coin ajouté.

3. Case 5 : pourquoi le côté vaut-il 8 ? L'équation $(x+5)^2 = 64$ a une autre solution : laquelle ? Pourquoi al-Khwârizmî ne la donne-t-il pas ? Retrouver les deux solutions avec le discriminant de $x^2 + 10x - 39$.

4. Écrire et résoudre de même, en complétant le carré, « un carré moins six racines égalent quatre-vingt-onze ». Quelle solution al-Khwârizmî garde-t-il ?

5. La dernière bulle se trompe : *al-jabr*, « la restauration », fait disparaître un terme retranché en l'ajoutant aux deux membres. Appliquer al-jabr à l'équation de la question 4, puis corriger la bulle.

✶ AIDES ✶

1. « La racine » est l'inconnue x ; « le carré » est x^2.

2. Rectangles de 5 sur x. *Voir la méthode « compléter le carré ».*

3. Un côté est une longueur. Deux nombres ont pour carré 64 : 8 et -8. *Voir le théorème 2 et l'exemple 2. Contrôle :* $\Delta = 256 = 16^2$.

4. $x^2 - 6x$ est le début de $(x-3)^2$. *Contrôle :* $(x-3)^2 = 100$.

5. Ajouter $6x$ aux deux membres de $x^2 - 6x = 91$.