ATELIER B

Le labyrinthe des produits scalaires

Objectifs : Choisir la bonne méthode et éviter les erreurs classiques.
Durée : 20 minutes — sans calculatrice

Consignes

Partez de la case **1**. Sur votre cahier, faites le calcul demandé, puis suivez la flèche de votre réponse vers la case suivante, et notez le chemin. Le bon chemin passe **une fois et une seule** par chacune des neuf cases, puis atteint la **sortie**. Si vous revenez sur une case déjà visitée, ou si vous sortez trop tôt, une réponse est fausse : revenez en arrière. Les aides sont sur la page suivante.

1 **Départ.** $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 4$ et $(\vec{u}\,;\vec{v}) = \dfrac{\pi}{3}$.

$\vec{u}\cdot\vec{v} = ?$

6	→ **5**
12	→ **3**
$6\sqrt{3}$	→ **8**

2 $\vec{u}\cdot\vec{v} = 5$.

$(2\vec{u})\cdot(-3\vec{v}) = ?$

-30	→ **9**
30	→ **sortie**
-1	→ **1**

3 $AB = 6$; H, projeté orthogonal de C sur (AB), est sur $[AB]$ et $AH = 2$.

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = ?$

12	→ **8**
-12	→ **2**
8	→ **6**

4 $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u}\cdot\vec{v} = -3$.

$(\vec{u}\,;\vec{v}) = ?$ (entre 0 et π)

$\dfrac{2\pi}{3}$	→ **7**
$\dfrac{\pi}{3}$	→ **5**
$\dfrac{5\pi}{6}$	→ **9**

5 $ABCD$ est un carré de côté 4.

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = ?$

16	→ **3**
$16\sqrt{2}$	→ **9**
32	→ **sortie**

6 $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 1$ et $\vec{u}\cdot\vec{v} = 2$.

$\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = ?$

6	→ **sortie**
14	→ **1**
8	→ **7**

7 $\vec{u}^{\,2} = 9$, $\vec{v}^{\,2} = 4$ et $\vec{u}\cdot\vec{v} = 1$.

$\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 = ?$

15	→ **6**
13	→ **2**
14	→ **sortie**

8 $ABCD$ est un carré de côté 4.

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD} = ?$

-16	→ **2**
16	→ **7**
0	→ **4**

9 $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls et $\vec{u}\cdot\vec{v} = 0$. Alors $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont :

orthogonaux	→ **4**
colinéaires	→ **6**
de même norme	→ **3**

★ AIDES ★

1. *Voir le théorème 1 et l'exemple 3.* $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$: c'est le cosinus, pas le sinus, qui intervient.

2. *Voir le théorème 4.* Les nombres 2 et -3 « sortent » du produit scalaire en se multipliant : $(2\vec{u}) \cdot (-3\vec{v}) = 2 \times (-3) \times \vec{u} \cdot \vec{v}$.

3. *Voir la définition 1 et l'exemple 1.* H est du même côté de A que B : le résultat est positif.

4. Théorème 1 : $2 \times 3 \times \cos(\vec{u}\,;\vec{v}) = -3$, donc $\cos(\vec{u}\,;\vec{v}) = -\frac{1}{2}$. Un cosinus négatif correspond à un angle obtus.

5. Le projeté orthogonal de C sur (AB) est B. *Contrôle :* pas de racine carrée dans le résultat.

6. *Voir le théorème 8.* $\|\vec{u} - \vec{v}\|^2 = \|\vec{u}\|^2 - 2 \times \vec{u} \cdot \vec{v} + \|\vec{v}\|^2$: attention au signe et au facteur 2.

7. *Voir le théorème 8.* N'oubliez pas le terme $2 \times \vec{u} \cdot \vec{v}$, ni le facteur 2.

8. $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}$: les deux vecteurs sont colinéaires et de sens contraires. *Voir la remarque qui suit le théorème 4.*

9. *Voir le théorème 2 et la définition 3.*

Contrôle du chemin : la case 1 mène à la case 5, et la case 7 à la case 6.