ATELIER C

La chaîne des règles

Objectifs : Calculer avec les règles du produit scalaire et les normes.
Matériel : 12 dominos **Durée :** 20 minutes — sans calculatrice

Consignes

Chaque domino porte, à gauche, une **réponse** et, à droite, une **question**. On place à la suite d'un domino celui dont la réponse est celle de sa question. Le code (D1, D2…) sert uniquement de repère : il n'indique pas la place du domino. Répondez sur votre cahier ; le corrigé est à aller chercher une fois le travail terminé. Les aides sont sur la page suivante.

Les données, communes à tous les dominos

$$\|\vec{u}\| = 3, \qquad \|\vec{v}\| = 2 \qquad \text{et} \qquad \vec{u} \cdot \vec{v} = -1.$$

Travail à réaliser

1. Reconstituez la chaîne des 12 dominos. Elle doit **se refermer sur elle-même** : la réponse à la question du dernier domino est celle que porte le premier.

2. Écrivez la chaîne obtenue sous la forme d'une liste de codes, en partant de D3, en notant à côté de chaque code le calcul effectué.

3. Que peut-on dire des vecteurs $\vec{u} + 2\vec{v}$ et $\vec{u} - \vec{v}$? Justifier.

★ AIDES ★

1. Les outils : $\vec{u}^{\,2} = \|\vec{u}\|^2$ *(définition 2)* ; $\vec{v}\cdot\vec{u} = \vec{u}\cdot\vec{v}$ *(théorème 3)* ; $(a\vec{u})\cdot\vec{v} = a\times\vec{u}\cdot\vec{v}$ *(théorème 4)* ; on développe comme en algèbre *(théorèmes 5 à 8)*. *Contrôle :* $\vec{u}^{\,2} = 9$ et $\vec{v}^{\,2} = 4$.

2. Deux maillons de la chaîne : d trois, puis d sept, puis d six ; d neuf, puis d un. Attention aux pièges : 11 et -5 figurent bien sur des dominos, mais on les obtient aussi par des erreurs. Pour $\|\vec{u}-\vec{v}\|^2$, le terme $-2\times\vec{u}\cdot\vec{v}$ vaut $-2\times(-1) = +2$; pour $(3\vec{u})\cdot(2\vec{v})$, les nombres 3 et 2 se *multiplient*.

3. Retrouvez le domino qui calcule $(\vec{u}+2\vec{v})\cdot(\vec{u}-\vec{v})$, puis utilisez le théorème 2. *Développement :* $\vec{u}^{\,2} - \vec{u}\cdot\vec{v} + 2\,\vec{v}\cdot\vec{u} - 2\,\vec{v}^{\,2}$.