P1

BC est une longueur, donc un nombre positif :
$BC = \sqrt{49} = 7$.

P2

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, donc
$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = AD^2 = 4$.
$\overrightarrow{DI}$ et $\overrightarrow{CI}$ sont colinéaires et de sens contraires, donc
$\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{CI} = -DI \times CI = -4$.

P3

$(AD) \perp (DC)$ et $(BC) \perp (DC)$, donc, d'après le théorème 2 :
$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CI} = 0$ et $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

P4

D'après la relation de Chasles :
$\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DI}$
et $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CI}$.

P5

$BC^2 = 25 - 2 \times (-7{,}5) + 9$
$= 25 + 15 + 9 = 49$.

P6

D'après le théorème de Pythagore :
$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9 + 25 = 34$.

P7

Donc $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BI} = 4 + 0 + 0 - 4 = 0$: d'après le théorème 2, les droites (AI) et (BI) sont perpendiculaires.

P8

D'après la relation de Chasles :
$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

P9

D'après le théorème 6 :
$\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CI}$
$+ \overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{CI}$.

P10

Les vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires, donc
$\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

P11

D'après le théorème 1 :
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 \times 5 \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$
$= 15 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -7{,}5$.

P12

D'après le théorème 8 :
$BC^2 = \|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\|^2$
$= AC^2 - 2\,\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + AB^2$.