Démonstration 1 : P4, P9, P3, P2, P7 (P3 et P2 peuvent être échangées)

P4 D'après la relation de Chasles : $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DI}$ et $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CI}$.

P9 D'après le théorème 6 : $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CI} + \overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{CI}$.

P3 $(AD) \perp (DC)$ et $(BC) \perp (DC)$, donc, d'après le théorème 2 : $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CI} = 0$ et $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$.

P2 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, donc $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = AD^2 = 4$; $\overrightarrow{DI}$ et $\overrightarrow{CI}$ sont colinéaires et de sens contraires, donc $\overrightarrow{DI} \cdot \overrightarrow{CI} = -DI \times CI = -2 \times 2 = -4$.

P7 Donc $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BI} = 4 + 0 + 0 - 4 = 0$: d'après le théorème 2, les droites (AI) et (BI) sont perpendiculaires.

Démonstration 2 : P8, P12, P11, P5, P1

P8 D'après la relation de Chasles : $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

P12 D'après le théorème 8 : $BC^2 = \|\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}\|^2 = AC^2 - 2\,\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} + AB^2$.

P11 D'après le théorème 1 : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 3 \times 5 \times \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 15 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -7{,}5$.

P5 $BC^2 = 25 - 2 \times (-7{,}5) + 9 = 25 + 15 + 9 = 49$.

P1 BC est une longueur, donc un nombre positif : $BC = \sqrt{49} = 7$.

Les deux intruses

P10 « $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires, donc $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ » : faux. Un produit scalaire est nul pour des vecteurs *orthogonaux* (théorème 2), pas colinéaires. Ici $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$, et $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BC} = AD^2 = 4$.

P6 « D'après le théorème de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2$ » : faux. Le théorème de Pythagore ne s'applique qu'à un triangle rectangle ; ici l'angle en A mesure $\frac{2\pi}{3}$. Le théorème 8 donne le terme correctif $-2\,\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 15$: $BC^2 = 34 + 15 = 49$.

Pour faire valider

1. Gardez sur la table la fiche, ce corrigé et les **étiquettes**, et votre **cahier** ouvert à la page de l'atelier.
2. Présentez votre **fiche de suivi** au professeur : il vous posera une question sur l'atelier avant de la tamponner.
3. Une fois l'atelier validé, rangez le matériel. Comptez les **12 étiquettes**.