# ATELIER E

*Retour au projeté et au cosinus*

**Objectifs :** Réactiver le projeté orthogonal, les cosinus et Chasles.
**Durée :** 20 minutes — sans calculatrice

## Consignes

Suivez les étapes dans l'ordre sur votre cahier, puis allez chercher le corrigé. Les aides sont sur la page suivante.

## Rappels

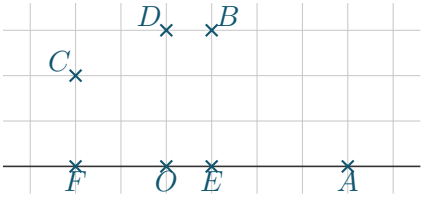
**R1.** Le projeté orthogonal d'un point $M$ sur une droite $d$ est le point $H$ de $d$ tel que $(MH) \perp d$.

**R2.** $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, $\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ et, par symétrie sur le cercle trigonométrique, $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$.

**R3.** Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ ; et $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$.

## Les étapes

L'unité est le côté d'un carreau.




**1.** Nommer le projeté orthogonal de $B$, de $C$, puis de $D$ sur la droite $(OA)$.

**2.** Lire $OA$, $OE$ et $OF$.

**3.** En déduire, avec la définition 1 du cours, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OC}$ et $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OD}$.

**4.** Avec R2, calculer $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$, $\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ et $\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$.

**5.** $ABCD$ est un carré de côté $3$. Calculer la longueur de sa diagonale $AC$.

**6.** Simplifier $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, puis $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$, puis $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$.

**7.** $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont pour normes $4$ et $6$ et forment un angle de $\frac{2\pi}{3}$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$ avec le théorème 1 du cours.

## ★ AIDES ★

**1.** On « laisse tomber » chaque point verticalement sur la droite $(OA)$, qui suit une ligne du quadrillage. *Contrôle :* le projeté de $B$ est $E$.

**2.** On compte les carreaux : une longueur est toujours positive. *Contrôle :* $OA = 4$.

**3.** *Voir la définition 1 et l'exemple 1.* Si le projeté est du même côté de $O$ que $A$ : $OA \times OH$ ; de l'autre côté : $-OA \times OH$ ; si le projeté est $O$ lui-même : $0$. *Contrôle :* $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 4$.

**4.** $\frac{2\pi}{3} = \pi - \frac{\pi}{3}$, donc $\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$. Faire de même avec $\frac{3\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{6} = \pi - \frac{\pi}{6}$.

**5.** Théorème de Pythagore dans le triangle $ABC$ rectangle en $B$ : $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 18$. Puis $\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$. *Voir l'exemple 2.*

**6.** Pour la dernière : $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}$.

**7.** $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u}\,;\vec{v})$ et l'étape 4 donne le cosinus. *Voir l'exemple 3.*