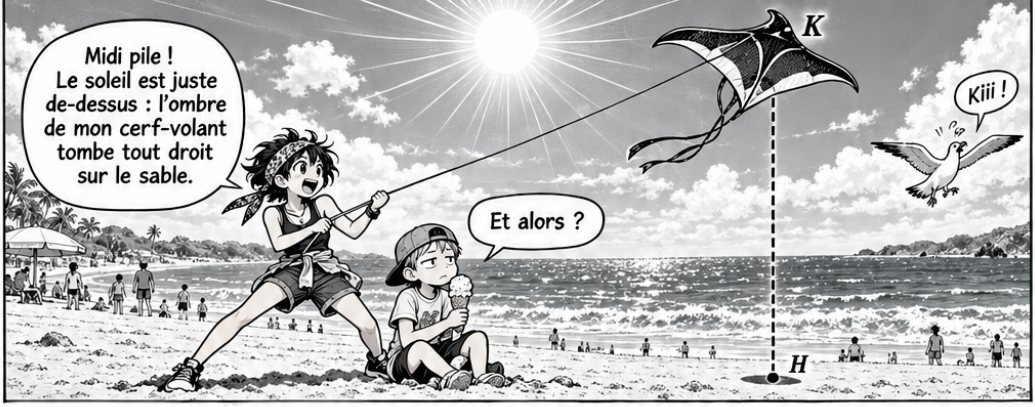
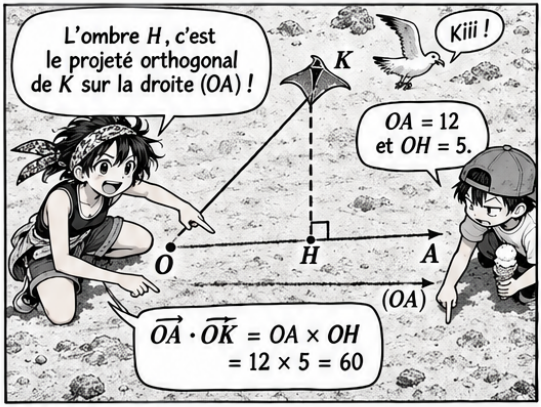
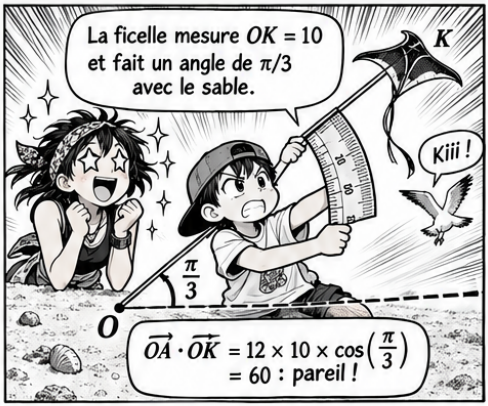
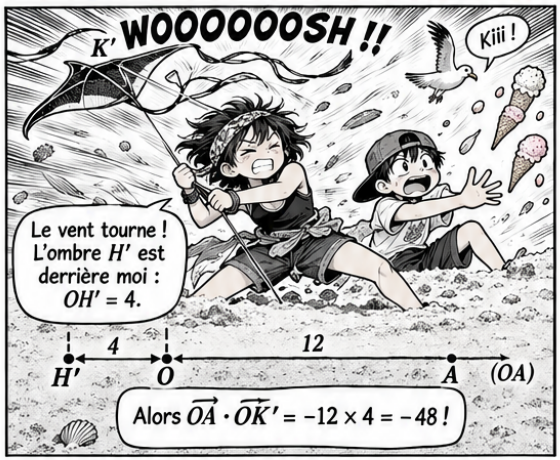
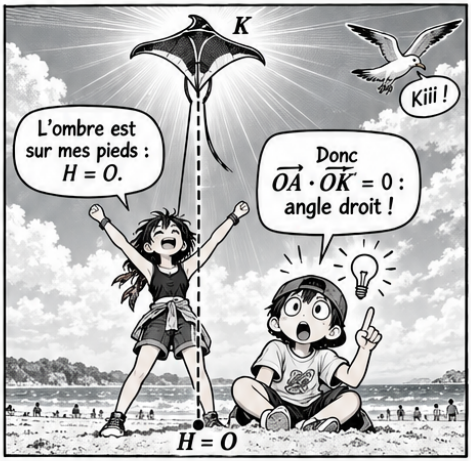

Midi pile ! Le soleil est juste de-dessus : l'ombre de mon cerf-volant tombe tout droit sur le sable.
Et alors ?
Kiii !
K
H


L'ombre H, c'est le projeté orthogonal de K sur la droite (OA) !
Kiii !
K
OA = 12 et OH = 5.
O
H
A
(OA)
$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OK} = OA \times OH = 12 \times 5 = 60$


La ficelle mesure OK = 10 et fait un angle de π/3 avec le sable.
K
Kiii !
$\frac{\pi}{3}$
O
$\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OK} = 12 \times 10 \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 60$: pareil !


K'
WOOOOOOSH !!
Kiii !
Le vent tourne ! L'ombre H' est derrière moi : OH' = 4.
4
12
H'
O
A
(OA)
Alors $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OK'} = -12 \times 4 = -48$!


K
Kiii !
L'ombre est sur mes pieds : H = O.
Donc $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OK} = 0$: angle droit !
H = O


À midi, même ma glace a un projeté orthogonal... sur le sable !
Kiii !

ATELIER F

L'ombre de midi

Objectifs : Reconnaître un projeté orthogonal ; calculer de deux façons.
Durée : 30 minutes — sans calculatrice

Consignes

Lisez la planche au recto, case après case, puis répondez sur votre cahier et allez chercher le corrigé. Les aides sont en bas de la page. On assimile la ficelle tendue à un segment $[OK]$; le sable est horizontal et l'on suppose qu'à midi pile les rayons du soleil arrivent à la verticale.

Questions

1. Case 1 : expliquer pourquoi l'ombre H du cerf-volant est le projeté orthogonal de K sur la droite (OA).

2. Cases 2 et 3 : vérifier les deux calculs de Lou, puis expliquer pourquoi ils donnent le même résultat.

3. Case 4 : pourquoi le produit scalaire est-il négatif ? La ficelle mesure $OK' = 8$: en déduire $\cos\left(\widehat{AOK'}\right)$, puis l'angle $\widehat{AOK'}$.

4. Case 5 : expliquer pourquoi $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OK} = 0$.

5. Le lendemain à midi, Lou est toujours en O, Sam en A ($OA = 12$). La ficelle mesure $OK = 8$ et fait un angle de $\frac{\pi}{4}$ avec le sable, du côté de A. Calculer la valeur exacte de $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OK}$, puis la longueur OH de l'ombre.

✦ AIDES ✦

1. La droite (KH) suit les rayons du soleil. Comment est-elle placée par rapport au sable ?

2. *Voir la définition 1 et le théorème 1.* Dans le triangle OHK rectangle en H, que vaut $OK \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$?

3. H' n'est pas du même côté de O que A. Puis $12 \times 8 \times \cos\left(\widehat{AOK'}\right) = -48$.

4. Que vaut OH quand $H = O$? *Voir aussi le théorème 2.*

5. $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $12 \times 8 = 96$. Pour OH, utiliser $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OK} = OA \times OH$.