ATELIER C

Corrigé — Deux démonstrations en miroir

Démonstration 1 : E4, E11, E6, E2, E9

E4 Soit $n \geqslant 1$. On note $S = 1 + 2 + \cdots + n$. **E11** Dans l'ordre inverse : $S = n + (n-1) + \cdots + 1$.

E6 On additionne colonne par colonne : $1 + n = 2 + (n-1) = \cdots = n + 1$. **E2** Il y a n colonnes égales à $n + 1$: $2S = n(n+1)$. **E9** $S = \frac{n(n+1)}{2}$.

Démonstration 2 : E7, E10, E1, E12, E5

E7 Soit $q \neq 1$ et $n \geqslant 1$. On note $S_n = 1 + q + \cdots + q^n$. **E10** $q \times S_n = q + q^2 + \cdots + q^n + q^{n+1}$.

E1 On soustrait : q, q^2, …, q^n s'éliminent, il reste $S_n - q \times S_n = 1 - q^{n+1}$. **E12** $S_n(1-q) = 1 - q^{n+1}$. **E5** $1 - q \neq 0$ car $q \neq 1$: $S_n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

Les deux intruses

E3 « Il y a $n + 1$ colonnes » : faux. De 1 à n, il y a n nombres, donc n colonnes.

E8 « $S_n - q \times S_n = 1 - q^n$ » : faux. q^n s'élimine ; c'est q^{n+1}, dernier terme de $q \times S_n$, qui reste.

Questions 4 et 5

4. E4–E7 : nommer la somme ; E11–E10 : l'écrire autrement (à l'envers, ou multipliée par q) ; E6–E1 : combiner (addition, ou soustraction) ; E2–E12 : égalité simple ; E9–E5 : isoler la somme.

5. $1 + 2 + \cdots + 20 = \frac{20 \times 21}{2} = 210$; $1 + 2 + \cdots + 2^9 = \frac{1-2^{10}}{1-2} = \frac{1-1\,024}{-1} = 1\,023$.

Pour faire valider

1. Gardez sur la table la fiche, ce corrigé et les **étiquettes**, et votre **cahier** ouvert à la page de l'atelier.
2. Présentez votre **fiche de suivi** au professeur : il vous posera une question sur l'atelier avant de la tamponner.
3. Une fois l'atelier validé, rangez le matériel. Comptez les **12 étiquettes**.