ATELIER D

Accroissement constant ou taux constant ?

Objectifs : Modéliser une évolution par une suite, comme à l'épreuve anticipée.
Durée : 30 minutes — sans calculatrice

Consignes

Traitez les exercices sur votre cahier, puis allez chercher le corrigé. L'exercice 3 et les aides sont sur la page suivante.

Exercice 1 — Le bon modèle

Dans chaque cas, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n ; donner la nature de la suite u et sa raison.

1. Loyer de 600 € : $+2\,\%$ par an.

2. Loyer de 600 € : $+12$ € par an.

3. Piscine : $-3\,\%$ d'eau par jour.

4. Bougie de 20 cm : $-0{,}5$ cm par heure.

Exercice 2 — Un taux constant

En 2026, une association compte 800 adhérents ; chaque année, leur nombre augmente de $5\,\%$. On note u_n le nombre d'adhérents en $2026+n$: $u_0 = 800$.

1. Calculer u_1.

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite u, puis son sens de variation.

3. Exprimer u_n en fonction de n. Écrire, sans l'effectuer, le calcul du nombre d'adhérents en 2034.

```
def seuil():
    u = 800
    n = 0
    while u < 1200:
        n = n + 1
        u = 1.05 * u
    return n
```

Aide au calcul

$800 \times 1{,}05^{8} \approx 1\,182$

$800 \times 1{,}05^{9} \approx 1\,241$

4. Que représente la valeur renvoyée par `seuil()` ? Déterminer cette valeur avec l'aide au calcul, puis interpréter.

Exercice 3 — Un accroissement constant

À la naissance de leur enfant, des parents versent $1\,000$ € sur un compte ; puis $1\,100$ € à son premier anniversaire, $1\,200$ € au deuxième, et ainsi de suite, en augmentant chaque versement de 100 €. On note u_n le versement fait à son n-ième anniversaire : $u_0 = 1\,000$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. Quelle est la nature de la suite u ?

2. Exprimer u_n en fonction de n, puis calculer u_{10} et u_{20}.

3. Le dernier versement a lieu à ses 20 ans. Calculer la somme de tous les versements.

```
1 def total(N):
2     u = 1000
3     S = 0
4     for k in range(N + 1):
5         S = S + u
6         u = ...
7     return S
```

4. Compléter la ligne 6. Que représente la valeur de `total(20)` ? Quelle est cette valeur ?

✦ AIDES ✦

Exercice 1 Augmenter de $t\,\%$, c'est multiplier par $1 + \frac{t}{100}$ *(voir la propriété de la section IV)*. Deux situations sont arithmétiques, deux géométriques.

Exercice 2 **1.** $800 \times 1{,}05 = 800 + 40$. **2.** *Voir l'exemple 8* ; puis le théorème 4. **3.** 2034, c'est $n = 8$. **4.** La boucle s'arrête dès que `u` atteint ou dépasse $1\,200$; `n` compte les années.

Exercice 3 **1.** On ajoute toujours 100. **2.** *Voir le théorème 2. Contrôle :* $u_{10} = 2\,000$. **3.** De u_0 à u_{20}, il y a 21 termes *(voir le théorème 6 et l'exemple 9)*. **4.** Ligne 6 : le passage au versement suivant. `S` accumule les versements.