
Base Ares, sol 0.
Mission : faire pousser de la mousse à oxygène.
ARES
Ma méthode :
100 plants aujourd'hui,
et j'en ajoute 30 chaque sol !
$v_0 = 100$ et $v_{n+1} = v_n + 30$
Moi, je n'ai que
3 plants de la souche
Lapin... mais elle double
chaque sol !
$u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n$
3 contre 100 ?
HA ! HA ! HA !
Pari perdu d'avance !
sol 1
sol 2
sol 3
sol 4
sol 5
sol 6
sol 7
Sol 7 ?!
Impossible !
Petit détail...
le dôme ne contient
que 1 000 plants.
ARES

ATELIER F

Le pari des pousses martiennes

Objectifs : Comparer une croissance arithmétique et une croissance géométrique.
Durée : 30 minutes — sans calculatrice

Consignes

Lisez la planche au recto, case après case, puis répondez sur votre cahier et allez chercher le corrigé. Les aides sont en bas de la page. Un « sol » est un jour martien ; on note v_n le nombre de plants de TORTUE-7, le robot, au sol n, et u_n celui des plants de Naïa.

Questions

1. Case 2 : quelle est la nature de la suite v ? Exprimer v_n en fonction de n.

2. Case 3 : même question pour la suite u.

3. Calculer u_n et v_n pour n allant de 0 à 7. Au sol 7, Naïa mène-t-elle ? Est-ce le premier sol où elle mène ?

4. Case 5 : au sol 7, le dôme (pas plus de $1\,000$ plants) déborde-t-il vraiment, comme le montre la planche ? À partir de quel sol le dôme ne suffit-il plus aux plants de Naïa ? Et à ceux de TORTUE-7 ?

5. Chaque plant produit 1 litre d'oxygène par sol. Calculer l'oxygène produit du sol 0 au sol 6 inclus par les plants de Naïa, puis par ceux de TORTUE-7. Conclure.

Aide au calcul : $2^7 = 128$ $\quad 2^8 = 256$ $\quad 2^9 = 512$ $\quad 2^{10} = 1\,024$

✦ AIDES ✦

1. TORTUE-7 ajoute toujours le même nombre de plants *(voir le théorème 2)*. **2.** La souche Lapin double à chaque sol. *Contrôle :* $u_5 = 96$. **3.** *Contrôle :* $v_6 = 192$ et $v_6 = 280$. **4.** Comparer u_8 et u_9 à $1\,000$. Pour TORTUE-7 : $100 + 30n > 1\,000$ revient à $30n > 900$. **5.** *Voir le théorème 6* : de u_0 à u_6, il y a 7 termes. *Contrôle :* $3 \times (2^7 - 1)$ litres.