ATELIER A

Deux épreuves, un arbre ou un tableau

Objectifs : Épreuves indépendantes : arbre, tableau, probabilités.
Durée : 30 minutes — sans calculatrice

Consignes

Traitez les deux exercices sur votre cahier, puis allez chercher le corrigé. L'exercice 2 est au verso ; les aides sont en bas du verso, à l'envers.

Exercice 1 — Deux feux tricolores

Un cycliste passe deux feux qui fonctionnent indépendamment l'un de l'autre. Le premier est vert avec la probabilité $0{,}6$, le second avec la probabilité $0{,}7$. On note V_1 : « le premier feu est vert » et V_2 : « le second feu est vert ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré, puis par un tableau à double entrée.

2. Calculer la probabilité que les deux feux soient verts, puis celle qu'au moins un feu ne soit pas vert.

3. Calculer la probabilité qu'exactement un feu soit vert.

Exercice 2 — Un QCM au hasard

Un QCM compte trois questions à quatre propositions, dont une seule est juste. Un élève répond au hasard à chaque question ; succès S : « la réponse est juste ».

1. Représenter la situation par un arbre.

2. Calculer la probabilité qu'il n'ait aucune réponse juste, puis qu'il en ait au moins une.

3. Calculer la probabilité qu'il ait exactement deux réponses justes.

4. Le programme Python ci-dessous calcule l'une des probabilités précédentes. Laquelle ? Que faut-il changer à la dernière ligne pour obtenir la probabilité d'au moins une réponse juste ?

```
p = 1/4           # probabilité d'une réponse juste
n = 3             # nombre de questions
print((1 - p) ** n)
```

✦ AIDES ✦

Exercice 1

1. *Voir le théorème 1 et l'exemple 2.* Deux indépendants : mêmes pondérations du second niveau sur les deux branches. Tableau : une ligne par résultat du premier feu ($0{,}6$ et $0{,}4$), une colonne par résultat du second ($0{,}7$ et $0{,}3$) ; chaque case est un produit.

2. Deux feux verts : un seul chemin, $0{,}6 \times 0{,}7$. « Au moins un feu non vert » est l'événement contraire.

3. Deux chemins : V_1 puis $\overline{V_2}$, ou $\overline{V_1}$ puis V_2. *Contrôle :* $0{,}18 + 0{,}28$.

Exercice 2

1. *Voir la définition 3 et l'exemple 3.* Trois épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes, $p = \frac{1}{4}$ et $1 - p = \frac{3}{4}$: l'arbre a 8 chemins.

2. *Voir le théorème 3.* Aucune réponse juste : $\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{27}{64}$. Puis $1 - \frac{27}{64} = \frac{64}{64} - \frac{27}{64}$.

3. *Voir le théorème 2.* Repérer sur l'arbre les chemins à deux S et un $\overline{S}$: il y en a trois, chacun de probabilité $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$.

4. `(1 - p) ** n` signifie $(1-p)^n$; le programme affiche `0.421875`. Pour l'événement contraire, soustraire ce nombre à 1.