ATELIER C

Bernoulli en chaîne

Objectifs : Calculer des probabilités sur l'arbre d'une répétition d'épreuves de Bernoulli.
Matériel : 12 dominos **Durée :** 20 minutes — sans calculatrice

Consignes

Chaque domino porte, à gauche, une **réponse** et, à droite, une **question**. On place à la suite d'un domino celui dont la réponse est celle de sa question. Dans toutes les questions, les épreuves sont des épreuves de Bernoulli **identiques et indépendantes**, de probabilité de succès p. Répondez sur votre cahier ; le corrigé est à aller chercher une fois le travail terminé. Les aides sont sur la page suivante.

Travail à réaliser

1. Reconstituez la chaîne des 12 dominos. Elle doit **se refermer sur elle-même** : la réponse à la question du dernier domino est celle que porte le premier.

2. Écrivez la chaîne obtenue sous la forme d'une liste de codes, en partant de D1, en notant à côté de chaque code le calcul effectué.

3. Pour la question du domino D2, dessinez l'arbre, surlignez les chemins qui réalisent l'évènement et rédigez le calcul complet.

★ AIDES ★

1. Trois outils suffisent. *Théorème 2* : un chemin à k succès et $n-k$ échecs a pour probabilité $p^k \times (1-p)^{n-k}$; on compte les chemins sur l'arbre et on additionne. *Théorème 3* : « aucun succès » vaut $(1-p)^n$ et « au moins un succès » vaut $1-(1-p)^n$. *Exemple 4* : avec une pièce équilibrée, les 2^n chemins ont tous la même probabilité.

2. Deux maillons de la chaîne : d un, puis d six, puis d dix ; d huit, puis d trois. Attention au piège : $\dfrac{1}{4}$ figure bien sur un domino, mais « exactement un succès » sur deux épreuves avec $p = 0{,}5$ compte *deux* chemins, pas un seul. Vérifiez avant de poursuivre.

3. *Voir l'exemple 3.* Trois niveaux, $0{,}2$ et $0{,}8$ à chaque nœud ; trois chemins comptent exactement un succès, chacun de probabilité $0{,}2 \times 0{,}8 \times 0{,}8$. *Aide au calcul :* $0{,}8 \times 0{,}8 = 0{,}64$ et $0{,}64 \times 0{,}2 = 0{,}128$.