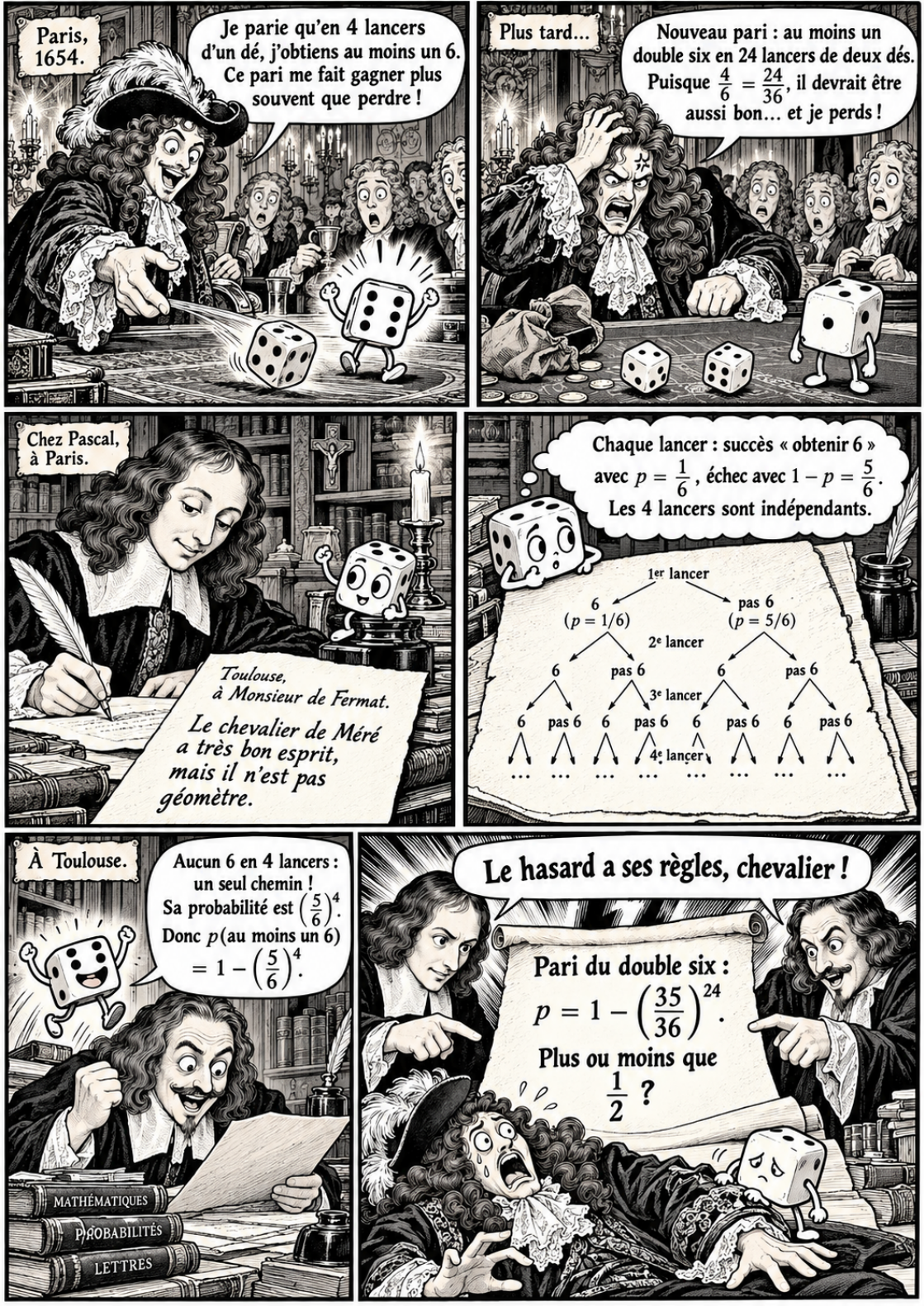

Paris, 1654.
Je parie qu'en 4 lancers d'un dé, j'obtiens au moins un 6. Ce pari me fait gagner plus souvent que perdre !
Plus tard…
Nouveau pari : au moins un double six en 24 lancers de deux dés. Puisque $\frac{4}{6} = \frac{24}{36}$, il devrait être aussi bon… et je perds !
Chez Pascal, à Paris.
Toulouse, à Monsieur de Fermat.
Le chevalier de Méré a très bon esprit, mais il n'est pas géomètre.
Chaque lancer : succès « obtenir 6 » avec $p = \frac{1}{6}$, échec avec $1 - p = \frac{5}{6}$. Les 4 lancers sont indépendants.
1er lancer
6 ($p = 1/6$)
pas 6 ($p = 5/6$)
2e lancer
3e lancer
4e lancer
À Toulouse.
Aucun 6 en 4 lancers : un seul chemin ! Sa probabilité est $\left(\frac{5}{6}\right)^4$. Donc p(au moins un 6) $= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$.
MATHÉMATIQUES
PROBABILITÉS
LETTRES
Le hasard a ses règles, chevalier !
Pari du double six : $p = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24}$. Plus ou moins que $\frac{1}{2}$?

ATELIER F

Le pari du chevalier

Objectifs : Modéliser une répétition d'épreuves de Bernoulli, juger un pari.
Durée : 20 minutes — sans calculatrice, sauf question 5

Consignes

Lisez la planche au recto, case après case. Répondez sur votre cahier, puis allez chercher le corrigé. Aides en bas de page. **Aide au calcul :** $5^4 = 625$; $6^4 = 1\,296$; $\frac{1}{2} = \frac{648}{1\,296}$.

Questions

Le premier pari — quatre lancers d'un dé

1. Succès S : « obtenir 6 ». Justifier que les quatre lancers sont des épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes ; donner p et $1 - p$.

2. Calculer la probabilité de n'obtenir aucun 6 en quatre lancers.

3. En déduire la probabilité d'obtenir au moins un 6. Le chevalier avait-il raison de parier ?

Le second pari — un double six en 24 lancers de deux dés

4. On lance deux dés. Écrire l'univers comme un produit cartésien, donner $\text{Card}(\Omega)$ et la probabilité d'un double six.

5. *Avec la calculatrice.* Calculer à $0{,}001$ près la probabilité d'au moins un double six en 24 lancers. Le chevalier avait-il raison de parier ? Que penser de son argument $\frac{4}{6} = \frac{24}{36}$?

✦ AIDES ✦

1. *Définitions 2 et 3.* Deux issues par lancer, 6 ou non ; un dé n'a pas de mémoire.

2. *Théorème 3.* Un seul chemin, celui des quatre échecs : $\left(\frac{5}{6}\right)^4$; voir l'aide au calcul.

3. Le contraire de « aucun 6 ». Comparer la fraction obtenue à $\frac{648}{1\,296}$.

4. $\Omega = \{1;\dots;6\} \times \{1;\dots;6\}$: 6×6 couples, un seul réalise le double six.

5. *Théorème 3* avec $n = 24$ et $p = \frac{1}{36}$: calculer $1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24}$. *Contrôle :* très proche de $0{,}5$.