1. à 3. Quatre lancers d'un dé

1. Chaque lancer a deux issues, 6 (succès) ou non (échec) : épreuve de Bernoulli (définition 2), $p = \frac{1}{6}$ et $1 - p = \frac{5}{6}$. Le dé est le même à chaque lancer et un lancer n'influence pas le suivant : épreuves identiques et indépendantes (définition 3).

2. Aucun 6 : un seul chemin, celui des quatre échecs (théorème 3) : $\left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{5^4}{6^4} = \frac{625}{1\,296}$.

3. Au moins un 6 est le contraire : $1 - \dfrac{625}{1\,296} = \dfrac{1\,296}{1\,296} - \dfrac{625}{1\,296} = \dfrac{671}{1\,296}$.
Or $\frac{1}{2} = \frac{648}{1\,296}$ et $671 > 648$: la probabilité de gagner dépasse $\frac{1}{2}$ (environ $0{,}518$). **Le chevalier avait raison** de parier : à la longue, il gagne plus souvent qu'il ne perd.

4. et 5. Un double six en 24 lancers

4. Une issue est un couple (premier dé ; second dé) : $\Omega = \{1\,;\ldots;6\} \times \{1\,;\ldots;6\}$ et $\text{Card}(\Omega) = 6 \times 6 = 36$. Les 36 couples sont équiprobables ; un seul, $(6\,;6)$, réalise le double six : $\frac{1}{36}$.

5. Chaque lancer de deux dés est une épreuve de Bernoulli de succès « double six », $p = \frac{1}{36}$; les 24 lancers sont identiques et indépendants. Au moins un double six : $1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24} \approx 1 - 0{,}509 = 0{,}491 < \frac{1}{2}$. **Le chevalier avait tort** de parier : il perd un peu plus souvent qu'il ne gagne.

L'argument $\frac{4}{6} = \frac{24}{36}$ *:* le chevalier suppose que la probabilité de gagner est proportionnelle au nombre de lancers, comme si les probabilités des lancers s'additionnaient. C'est faux : avec 12 lancers d'un dé, on aurait $\frac{12}{6} = 2$, impossible. Seul le calcul $1 - (1-p)^n$ est correct, et il ne donne pas la même valeur pour les deux paris.

Remarque. Le livre « Probabilités » de la case 5 est un anachronisme : en 1654, Pascal parle de « géométrie du hasard ».

Pour faire valider

1. Gardez sur la table la planche et ce corrigé, le cahier ouvert à la page de l'atelier.

2. Présentez votre **fiche de suivi** au professeur : il pose une question avant de tamponner.

3. Une fois l'atelier validé, rangez le matériel.