

## DEVOIR SURVEILLÉ N° 1

### Corrigé

#### Première partie : automatismes (6 points)

1. Réponse b. Diminuer de 15 %, c'est multiplier par  $1 - 0,15 = 0,85$ .

2. Réponse c.  $(3x + 2)(3x - 2) = (3x)^2 - 2^2 = 9x^2 - 4$ .

3. Réponse d.  $\frac{5^4 \times 5^3}{5^5} = \frac{5^7}{5^5} = 5^{7-5} = 5^2$ .

4. Réponse d.  $8^2 = 64$  et  $(-8)^2 = 64$  : l'équation a deux solutions, 8 et -8.

5. Réponse b.  $\mathcal{A} = \frac{(9 + 5) \times 6}{2} = \frac{84}{2} = 42$ .

6. Réponse b.  $-2x + 10 > 0$  équivaut à  $-2x > -10$ , soit  $x < 5$  : on divise par  $-2$ , négatif, donc le sens de l'inégalité change.

7. Réponse b. La droite coupe l'axe des ordonnées en 1 ; du point  $(0; 1)$  au point  $(2; -3)$ ,  $y$  diminue de 4 quand  $x$  augmente de 2 : le coefficient directeur est  $\frac{-4}{2} = -2$ .

8. Réponse b.  $4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = (2x + 3)^2$ .

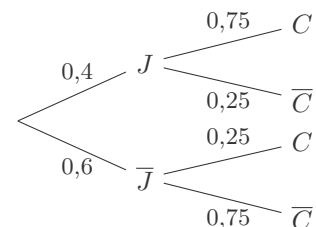
9. Réponse c. Le produit s'annule en  $-2$  et en  $3$  ; pour  $x = 0$ , il vaut  $-6$  : il est strictement négatif entre  $-2$  et  $3$ .

#### Exercice 1 (5 points)

1. À chaque nœud, la somme des probabilités des branches est égale à 1 :

*Cours 102, exemple 3*

- $p(\bar{J}) = 1 - 0,4 = 0,6$  ;
- $p_J(C) = 0,75$ , donc  $p_J(\bar{C}) = 1 - 0,75 = 0,25$  ;
- $p_{\bar{J}}(C) = 0,25$ , donc  $p_{\bar{J}}(\bar{C}) = 1 - 0,25 = 0,75$ .



2.  $p(J \cap C) = p(J) \times p_J(C) = 0,4 \times 0,75 = 0,3$ .

La probabilité qu'un adhérent choisi au hasard ait moins de 18 ans et suive les cours encadrés est égale à 0,3.

*Cours 102, exemple 2*

3. On cherche  $p(\bar{J} \cap C)$  :  $p(\bar{J} \cap C) = p(\bar{J}) \times p_{\bar{J}}(C) = 0,6 \times 0,25 = 0,15$ .

La probabilité qu'un adhérent choisi au hasard ait 18 ans ou plus et suive les cours encadrés est égale à 0,15.

4. On sait que l'adhérent suit les cours encadrés : on cherche  $p_C(J)$ . Par définition,

*Cours 102, exemple 4*

$$p_C(J) = \frac{p(J \cap C)}{p(C)} = \frac{0,3}{0,45} = \frac{30}{45} = \frac{15 \times 2}{15 \times 3} = \frac{2}{3}.$$

Sachant qu'un adhérent suit les cours encadrés, la probabilité qu'il ait moins de 18 ans est égale à  $\frac{2}{3}$ .

**À retenir.** Une phrase d'interprétation parle de *probabilité*, et non de « chances » ou de « 30 % des adhérents ». Le mot « et » traduit  $J \cap C$  ; « sachant que » traduit une probabilité conditionnelle. Ne pas confondre  $p_C(J) = \frac{2}{3}$  et  $p_J(C) = 0,75$ .

## Exercice 2 (6 points)

1.  $f(x) = -3x^2 + 15x - 12$ , donc  $a = -3$ ,  $b = 15$  et  $c = -12$ .

Cours 101, définition 1

2.  $f(1) = -3 \times 1^2 + 15 \times 1 - 12 = -3 + 15 - 12 = 0$ .  
 $f(1) = 0$ , donc 1 est une racine de  $f$ .

Cours 101, exemple 2

3. La somme des racines de  $f$  est égale à  $-\frac{b}{a} = -\frac{15}{-3} = 5$ .

Cours 101, théorème 3

4. On note  $x_2$  la seconde racine. D'après les questions 2 et 3,  $1 + x_2 = 5$ , donc  $x_2 = 5 - 1 = 4$ .  
La seconde racine de  $f$  est 4.

Cours 101, exemple 4

5.  $f$  a pour racines  $x_1 = 1$  et  $x_2 = 4$ , et  $a = -3$  est négatif. Or  $f(x)$  est du signe de  $a$  à l'extérieur des racines, et du signe opposé entre les racines.

Cours 101, exemple 6

|        |           |   |   |           |
|--------|-----------|---|---|-----------|
| $x$    | $-\infty$ | 1 | 4 | $+\infty$ |
| $f(x)$ |           | - | + | -         |

6. Réponse d.  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2) = -3(x - 1)(x - 4)$ .

Cours 101, exemple 5

Contrôle au brouillon :  $-3(x - 1)(x - 4) = -3(x^2 - 5x + 4) = -3x^2 + 15x - 12$ .

7.  $x$  est exprimé en centaines : pour 200 bracelets,  $x = 2$  ; pour 300 bracelets,  $x = 3$ .

$$f(2) = -3 \times 2^2 + 15 \times 2 - 12 = -12 + 30 - 12 = 6 ;$$

$$f(3) = -3 \times 3^2 + 15 \times 3 - 12 = -27 + 45 - 12 = 6.$$

$f(2) = f(3)$  : le bénéfice est le même pour 200 et pour 300 bracelets vendus. Il est égal à 6 centaines d'euros, c'est-à-dire à 600 euros.

8. Le bénéfice est positif ou nul lorsque  $f(x) \geq 0$ . D'après le tableau de signes de la question 5,  $f(x) \geq 0$  lorsque  $1 \leq x \leq 4$ .

L'atelier doit donc vendre entre 100 et 400 bracelets, ces deux valeurs comprises.

Cours 101, théorème 6

**À retenir.** Un tableau de signes se justifie : on cite les racines, le signe de  $a$  et la règle. Une inéquation du second degré ne se résout pas comme une inéquation du premier degré : on lit le tableau de signes. On termine toujours par une phrase qui répond à la question, dans la bonne unité.

## Exercice 3 (3 points)

1.  $u_0 = 2 \times 0 - 5 = -5$  ;  $u_1 = 2 \times 1 - 5 = -3$  ;  $u_3 = 2 \times 3 - 5 = 1$ .

Cours 103, exemple 1

2. Pour tout entier naturel  $n$  :

$$u_{n+1} - u_n = (2(n+1) - 5) - (2n - 5) = 2n + 2 - 5 - 2n + 5 = 2.$$

Or  $2 > 0$ , donc  $u_{n+1} - u_n > 0$ , c'est-à-dire  $u_{n+1} > u_n$ , pour tout entier naturel  $n$ .

La suite  $u$  est donc strictement croissante.

Cours 103, exemple 4

3.  $v_1 = 3v_0 - 2 = 3 \times 7 - 2 = 19$  ;  $v_2 = 3v_1 - 2 = 3 \times 19 - 2 = 55$ .

Cours 103, exemple 2

**À retenir.**  $u_{n+1}$  s'obtient en remplaçant  $n$  par  $n + 1$ , avec des parenthèses :  $u_{n+1} = 2(n + 1) - 5$ , et non  $u_n + 1$ . On calcule d'abord la différence, on donne son signe ensuite. Calculer quelques termes ne démontre pas qu'une suite est croissante.